FALACIAS QUE ATENTAN CONTRA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

AUTORES: Lourdes Concha Yero[1]
Andrés Cutiño Reinaldo[2]
Alberto Rodríguez Rodríguez[3]
Jimmy Leonardo Gutiérrez García[4]
Javier Marcillo Merino[5]

DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: maribelceli@yahoo.com

Fecha de recepción: 28 - 07 - 2018 Fecha de aceptación: 13 - 09 - 2018

RESUMEN

La acertada conducción de la formación y desarrollo del pensamiento lógico, asegura la independencia cognoscitiva de los estudiantes, preparándolos para dirigir su propio aprendizaje, a la vez, constituye un objetivo ineludible de la enseñanza de la Matemática, sin embargo, el hecho de no constituir un objetivo instructivo, que es hacia donde dirigen habitualmente los docentes sus intereses, sitúa en franca desventaja este propósito de la enseñanza de la Matemática, por depender de la dedicación, preparación y responsabilidad de los docentes que la imparten. El proceso enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática está afectado por el formalismo en la asimilación. El divorcio existente entre las definiciones de los conceptos, su interpretación y consecuente aplicación práctica, provoca la memorización mecánica del contenido e impide la comprensión de su generalización y aplicación, por parte de los estudiantes. El desarrollo del pensamiento lógico y la formación lingüística no deben ser considerados como un conjunto de habilidades que se logran de manera implícita al desarrollo de las habilidades previstas en los currículos de los diferentes niveles y carreras. Requiere la intencionalidad y preparación por parte del docente, además del interés por verificar su logro sistemáticamente como conductor del proceso de enseñanza aprendizaje. El tratamiento inadecuado de los conceptos matemáticos en los diferentes niveles

[1] Profesora graduada de Licenciatura en Educación en la especialidad Matemática. Categoría docente Profesora Auxiliar. Se desempeña como Profesora de Matemática de la Universidad de Granma. Ha laborado durante 35 años en la Educación Superior.
[2] Profesor graduado de Licenciatura en Educación en la especialidad Matemática. Máster en Ciencias de la Educación Superior. Categoría docente Profesor Auxiliar. Se desempeña como Profesor de Matemática de la Universidad de Granma.
[3] Licenciado en Matemática, Universidad de Granma, Máster en Ciencias de la Educación y Doctor en Ciencias por la Universidad de Granma. Actualmente se desempeña como profesor de matemáticas y Editor de la Revista UNESUM-Ciencias en la Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador.
[4] Ingeniero en Computación y Redes, magister en Gerencia Educativa. Actualmente se desempeña como profesor de Matemáticas Discretas; Fundamentos Matemáticos, Métodos Numéricos e Investigación Educativa I en la Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador.
[5] Ingeniero en Sistemas, Máster en Docencia Universitaria y Magister en Tecnologías de la Información y Comunicación. Actualmente profesor de la Universidad Estatal del Sur de Manabí.

de enseñanza es considerado por los autores de este trabajo, causa fundamental del insuficiente desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes. La búsqueda de soluciones conjuntas para revolucionar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, es el propósito que les inspira.

PALABRAS CLAVE: Adiestramiento; creencias; deductivo; lógico-lingüístico.

FALACIES THAT COME AGAINST THE DEVELOPMENT OF THE MATHEMATICAL LOGIC THINKING

ABSTRACT

The correct conduction of the formation and development of the logical thought, guarantees the students' cognitive independence, preparing them to direct their own learning. It constitutes a compulsory objective for the teaching of the Mathematical subject. However, the fact that it does not constitute an instructive objective, to where the teachers direct their interests habitually, places in disadvantage this purpose of the teaching of the Mathematics because it depends on the dedication, preparation and responsibility of the teachers that teach it. The process of teaching learning of the Mathematical subject is affected for the formalism in its assimilation. The existing divorce between the definitions of the concepts, its interpretation and its consequent practical application, brings about mechanical memorization of the contents and hinders understanding of its generalization and application on the part of the students. The development of logical thought and the linguistic formation must not be considered like a set of abilities achieved as an implicit way to the development of the abilities foreseen in the curriculum of the different levels and careers. It requires the intentionality and preparation for part of the teacher in addition to the interest to verify its achievement systematically like leader in the teaching process. The inadequate treatment of the mathematical concepts in the different teaching levels is considered by the authors of this paper, as a main cause of the insufficient development of the students' logical thought. The searching of solutions to transform the process of teaching learning of Mathematics is the purposes that inspire them.

KEYWORDS: Beliefs; deductive; thought; logical - linguistic training.

INTRODUCCIÓN

La pertinencia del desarrollo del pensamiento lógico exige que sea un propósito reiterado en los planes y programas de estudio de todas las enseñanzas del sistema educativo cubano. La asignatura Matemática se erige como plataforma para liderar el logro de este propósito, conjuntamente con el resto de las asignaturas.

El desarrollo de capacidades mentales generales, la creación de hábitos de disciplina, la formación de convicciones y cualidades positivas de la personalidad, como la perseverancia, que favorecen la conformación del carácter y la personalidad de los estudiantes, y su contribución al desarrollo de una concepción científica del mundo, (Álvarez, Almeida, y Villegas, 2014), son potencialidades de la enseñanza de esta asignatura que justifican su presencia en los diferentes currículos.

Los profesores que imparten la asignatura Matemática, son los responsables de contribuir a lograr en los estudiantes el desarrollo de las capacidades intelectuales que su estudio aporta, garantizando el carácter científico del proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura según el nivel de enseñanza o el perfil de la carrera que se trate. Para lograrlo, deben conducir el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura de manera que los alumnos, en su interacción con el contenido, se apropien de un sistema de conocimientos teórico -teorías, leyes, conceptos- y un conjunto de procedimientos y recursos que les permitan resolver problemas de diferente naturaleza. Deben garantizar además la contextualización de los contenidos avalada por la teoría matemática que le respalda, lo que posibilitará a los estudiantes comprender la utilidad del conocimiento matemático a través de sus aplicaciones en las distintas ciencias.

Las características de la Matemática como ciencia resultan muy convenientes para el trabajo del docente en pos de este propósito. La Matemática, como ciencia formal, concentra su interés en aspectos simbólicos derivados del pensamiento del hombre y trata exclusivamente con problemas cuyo valor de verdad es posible comprobar. Es un sistema de conocimientos teóricos representado únicamente por ideas y está formada, además, por una serie de métodos para comprobar el valor de verdad de las afirmaciones hechas sobre la realidad concreta. (Bunge)

Así, la propia ciencia garantiza la vía para fundamentar todas sus aseveraciones. Permite lograr que la clase de Matemática no sea informadora, sino esencialmente desarrolladora, además de instructiva y educativa. Posibilita que en las clases de Matemática, en lugar de suministrar información, se enseñe a los estudiantes a procesarla e interpretarla.

Sin embargo, no es esta la realidad que se encuentra en las aulas. La asignatura Matemática generalmente no obtiene resultados de promoción satisfactorios. Los estudiantes demuestran poca solidez en sus conocimientos y dificultades para comunicarlos. En su generalidad, son incapaces de operar con conceptos, no dominan sus definiciones y reproducen de manera mecánica los conocimientos recibidos en los grados precedentes. Generalmente se apropian de los procedimientos que aporta el estudio de la asignatura sin ser capaces de interpretar y argumentar adecuadamente sus acciones.

La imposibilidad manifiesta de los estudiantes de aplicar y generalizar de forma segura los conocimientos adquiridos a problemas puramente matemáticos y relacionados con otras ciencias, es muestra inequívoca de un insuficiente desarrollo del pensamiento lógico y falta de dominio de la teoría matemática que sustenta los conocimientos que requiere aplicar.

La observación dirigida al proceso de enseñanza aprendizaje en las enseñanzas media y superior en la provincia de Manabí, permite afirmar la tendencia de los docentes a dirigir su labor a la ejercitación práctica de los contenidos considerados en los objetivos de los programas, sin tomar en cuenta que en la ejercitación pueden ocultarse faltas de razonamiento sustanciales. Se suele encumbrar excesivamente la aplicación práctica de los contenidos sin la obligada referencia a la teoría, reduciendo el objeto de estudio de la asignatura a un simple carácter instrumental.

Esta tendencia, provocada en muchos casos por la insuficiente preparación de docentes que imparten la asignatura en algunos niveles de enseñanza, ha generalizado errores constituidos en dogmas equívocos que afectan la comprensión de la asignatura en todos los niveles.

La significación de los contenidos matemáticos y la fundamentación de los procedimientos objeto de estudio, son las herramientas que permiten erradicar de la enseñanza los procederes mecánicos de los estudiantes, frutos de un aprendizaje memorístico.

Los conceptos constituyen la forma fundamental con que opera el pensamiento, son la base para llegar a los juicios y los razonamientos, como formas más complejas del pensamiento. (Fuentes, 2012, Ballester, 1992). De ello se deriva la relevancia que tiene la dirección del proceso de formación de conceptos. La comprensión de la génesis de los procedimientos, es lo que les permitirá a los estudiantes comprender por qué se asumen, al ser capaces de relacionarlos con los conceptos matemáticos en los que se asientan.

En la enseñanza de la Matemática existen creencias que tienden a reemplazar la definición del concepto por enunciados que obvian o subvaloran características esenciales del mismo. Son generalizaciones insuficientemente fundamentadas, concepciones empíricas que atentan contra el desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes. Son el resultado de un ineficiente trabajo metodológico en la conducción del proceso de formación de conceptos, que llegan a convertirse en dogmas por algunos docentes y provocan el aprendizaje memorístico.

La experiencia pedagógica de los autores, respaldada por los resultados de test pedagógicos aplicados, observaciones a clases, talleres y postgrados impartidos, entrevistas a docentes y estudiantes, asesores y funcionarios, permite presentar en este trabajo algunos dogmas que en ocasiones se convierten en falencias que imperan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, sobre la base de la reflexión en torno a sus causas y consecuencias para la conducción efectiva del mismo.

DESARROLLO

MATERIALES Y MÉTODOS

Se utilizaron métodos de la investigación científica; en el orden teórico predominó el histórico-lógico, análisis-síntesis e inducción-deducción, se empelaron métodos empíricos y técnicas pedagógicas como test pedagógicos, controles a clases, entrevistas a estudiantes, docentes, funcionarios y directivos. Los métodos estadísticos-matemáticos permitieron comprobar la factibilidad de la propuesta.

La enseñanza de la Matemática debe potenciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento en sus diferentes manifestaciones: pensamiento lógico-deductivo, pensamiento creativo con fantasía y pensamiento final. (Jungk, 1981, Ballester, 1992., Fernández, 2009).

Especial relevancia tiene el desarrollo del pensamiento lógico, su logro, contemplado entre las habilidades generales previstas en los programas, es lo que permite a los estudiantes pensar teóricamente, que significa poder determinar la esencia, establecer los nexos y relaciones y aplicar los conocimientos a nuevas situaciones.

El pensamiento lógico-deductivo es aquel que se concreta en el trabajo correcto con variables; en el conocer y comprender las proposiciones compuestas clásicas (negación, conjunción, alternativa, implicación y equivalencia), generalizaciones (para todo…se cumple que), particularizaciones (existe al menos un…tal que) utilizándolas en el lenguaje común y particularmente en el lenguaje de la asignatura; así como en la deducción de proposiciones y la solución de problemas porque el pensamiento y el lenguaje se desarrollan en estrecha relación dialéctica.

La función del pensamiento, como actividad racional, consiste en llegar al conocimiento de la realidad objetiva y de las relaciones y conexiones entre los objetos y fenómenos percibidos, o entre unos y otros, de sus caracteres y cualidades. La función del lenguaje es designar, en forma generalizada, los resultados de esos conocimientos y asegurar el intercambio de ideas entre las personas, es decir, la comunicación entre ellas. (Jungk, 1991, Ballester, 2002, Fernández, 2009).

El desarrollo del pensamiento de los estudiantes propicia su formación lingüística a través de la enseñanza de la asignatura Matemática. Se capacitan para utilizar correctamente el vocabulario técnico de la asignatura, así como para traducir las formulaciones del lenguaje común al de la asignatura y viceversa. Se desarrolla simultáneamente la capacidad de explicar, argumentar, fundamentar con seguridad, la habilidad de operar con conceptos matemáticos, el comunicarse utilizando la terminología y simbología matemáticas y el trabajar con representaciones de objetos matemáticos, con el consecuente desarrollo de convicciones en el estudiante. (Jungk, 1991)

DISCUSIÓN Y RESULTADOS

El proceso y resultado de la labor intencionada del docente para el logro en los estudiantes de las habilidades consideradas, denominado adiestramiento lógico

- lingüístico por los autores de este trabajo, requiere de una adecuada preparación del docente en la teoría matemática y en aspectos elementales de la Lógica Matemática que resultan básicos para garantizar el carácter científico del proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura.

Se aborda el tratamiento de algunos conceptos básicos de la Matemática que se estudian en la enseñanza media y son de obligada referencia en la educación superior, cuyo tratamiento inadecuado incide negativamente en la asimilación del contenido de la asignatura, lo cual se va abordando consecuentemente.

MONOTONÍA DE UNA FUNCIÓN.

Esta propiedad comienza a estudiarse en la secundaria en segundo año de básica.

Una función f definida en un conjunto de números reales es monótona creciente (estricta) si para valores arbitrarios del argumento x_1, x_2, con $x_1 < x_2$ se cumple: $f(x_1) < f(x_2)$.

Una función f definida en un conjunto de números reales es monótona decreciente (estricta) si para valores arbitrarios del argumento x_1, x_2, con $x_1 < x_2$ se cumple: $f(x_1) > f(x_2)$.

¿Cómo interpretar esta definición? Se pone en práctica la traducción del lenguaje algebraico al lenguaje común:

Una función es monótona creciente estricto, si a medida que aumenta el valor del argumento, aumenta también o crece el valor de la función. Es monótona decreciente estricta, si a medida que aumenta el valor del argumento, disminuye o decrece el valor de la función.

Los primeros ejemplos que conoce el estudiante de funciones monótonas crecientes son las funciones lineales, de ecuación $y = mx + n$, donde m es el valor de la pendiente. Cuando la función lineal es creciente, se cumple que $m > 1$. Si la función lineal es decreciente, la pendiente es menor que 1. Este comportamiento de la pendiente está dado por el ángulo de inclinación de la recta respecto a la parte positiva del eje de las abscisas.

A continuación se estudian las funciones cuadrática y cúbica, definidas en el conjunto de los números reales, y las restantes funciones elementales. Se analiza el comportamiento de las gráficas correspondientes. No obstante, no se establece relación con contenidos previos que permiten analizar la monotonía analíticamente.

FALACIAS

1. Una función es monótona creciente si su pendiente es mayor que 1, decreciente si su pendiente es menor que 1.
2. Una función es creciente si su gráfica se eleva de izquierda a derecha. Si es decreciente, desciende de izquierda a derecha.

3. La función es creciente si su gráfica va del tercer al primer cuadrante. Si es decreciente, va del segundo al cuarto.
4. Una función es monótona creciente si al recorrer la curva se camina de abajo hacia arriba. Si se camina de arriba hacia abajo, es monótona decreciente.

CONSECUENCIAS INMEDIATAS:

1. Solo es válido el criterio relativo al signo de la pendiente en el caso de las funciones lineales y los estudiantes lo generalizan erróneamente a todas las funciones.
2. Relacionan la monotonía exclusivamente con el comportamiento del gráfico, por lo que el estudiante debe conocer y memorizar el gráfico de las funciones estudiadas para decidir si es o no monótona.
3. Resultan inutilizables las propiedades de las operaciones estudiadas en grados anteriores que fundamentan el comportamiento de las funciones estudiadas. Se ignora el principio de la sistematicidad de los contenidos.
4. No es posible para el estudiante generalizar al estudio de nuevas funciones cuando es obviada la expresión analítica que lo permite.

PROPUESTA I: Utilizar las propiedades estudiadas en grados anteriores que justifican la monotonía de las funciones objeto de estudio.

Ejemplo 1: Sean las funciones exponenciales definidas en el R por: a) $y = 2^x$; b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

En el primer caso, de $x_1 < x_2$ se obtiene $2^{x_1} < 2^{x_2}$por ser la base $a = 2 > 1$, es decir: $f(x_1) < f(x_2)$. Por tanto, la función es monótona creciente estricta en virtud de la propiedad de monotonía de la potenciación. En el segundo caso, la función es monótona decreciente estricta pues de $x_1 < x_2$ se obtiene $\left(\frac{1}{3}\right)^{x_1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x_2}$, por ser la base $a = \frac{1}{3}$ con $0 < a < 1$. Es decir, de $x_1 < x_2$ se obtiene $f(x_1) > f(x_2)$.

PARIDAD DE UNA FUNCIÓN.

Una función f es *par*, si para todo valor de x del dominio de definición se cumple que $f(-x) = f(x)$. Si f es *impar*, para todo valor de x del dominio de definición se cumple que $f(-x) = -f(x)$.

¿Cómo interpretar esta definición?

Si la función es par, dos números opuestos cualesquiera tienen la misma imagen; y si es impar, sus imágenes son también números opuestos.

FUNCIONES PARES. Como ejemplo de función par suele ofrecerse a los estudiantes la función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $y = x^2$. El gráfico de esta función es la denominada parábola normal. Este gráfico, al igual que sucede en todas las funciones pares, es simétrico respecto al eje de las ordenadas debido a que los puntos determinados en el plano por los pares $(x; y)$ y $(-x; y)$ se encuentran en una misma recta perpendicular al eje "y" y son equidistantes de dicho eje.

FALACIAS

1. Una función es par si su gráfico es simétrico respecto al eje de las ordenadas.
2. Si se puede determinar un par de números opuestos, pertenecientes al dominio de la función objeto de análisis, para los cuales se cumpla que $f(-x) = f(x)$, entonces la función es par.

FUNCIONES IMPARES. Generalmente, el primer ejemplo de función impar que conocen los estudiantes es la función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $y = x^3$. Su gráfico es la denominada parábola cúbica que presenta simetría central respecto al origen de coordenadas, característica de los gráficos de las funciones impares. Esto es consecuencia de que los puntos determinados en el plano por los pares $(x; y)$ y $(-x; -y)$ se encuentran en una recta que pasa por el origen de coordenadas y son equidistantes del mismo.

FALACIAS

1. Una función es impar si su gráfico es simétrico respecto al origen de coordenadas.
2. Si se puede determinar un par de números opuestos, pertenecientes al dominio de la función objeto de análisis, para los cuales se cumpla que $f(-x) = -f(x)$, entonces la función es impar.

CONSECUENCIAS INMEDIATAS:

1. Se reduce la definición de los conceptos de función par o impar, al comportamiento de los gráficos correspondientes a las funciones, por lo que el estudiante debe conocer y memorizar el gráfico de las funciones estudiadas para decidir si es o no monótona.
2. Desconocen la necesidad de la demostración analítica de una propiedad para considerarla válida.
3. No se utilizan de manera atinada los contraejemplos para refutar proposiciones.
4. No es posible generalizar la definición de los conceptos función par (impar) a funciones no conocidas por el estudiante, objeto de estudio en la propia asignatura en temas y cursos posteriores.

¿Entonces, cómo analizar si una función es par o impar? ALGORITMO

1. Conocida la expresión que define la correspondencia $f(x)$, determinar $f(-x)$ y $-f(x)$.Comparar. Si $f(-x) = f(x)$, la función f dada es par. Si $f(-x) = -f(x)$, la función f es impar.
2. Si no se cumple alguna de las dos igualdades anteriores, la función no es par ni impar.

PROPUESTA II: Demostrar por la vía analítica que las funciones f y g definidas en el conjunto de los números reales por las ecuaciones: a) $y = x^2$ b) $y = x^3$, son par e impar, respectivamente.

a) Tenemos que $f(x) = x^2$.

Por tanto: $f(-x) = (-x)^2 = (-x).(-x) = x^2$

Es decir, que $f(-x) = f(x)$, quedando demostrado que la función es par. ¡¡¡Sencillo!!!

En este caso no fue necesario determinar $-f(x)$.

b) Se conoce que $g(x) = x^3$. Entonces:

$g(-x) = (-x)^3 = (-x).(-x).(-x) = (x^2).(-x) = -x^3$

$-g(x) = -x^3$

Se obtiene que $g(-x) = -g(x)$ para todo valor de x, por lo tanto, la función analizada es impar.

PROPUESTA III: Presentar a los estudiantes funciones que no sean pares ni impares. Presentar funciones donde algún par de números opuestos tengan la misma imagen o que sus imágenes sean números opuestos, y que la función no sea par ni impar.

EJEMPLO. Sea dada la función f definida en el intervalo $[-5; 5]$ por $f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 + 4, si\ -5 \leq x < 0 \\ (x-2)^2 - 4,\ si\quad 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$

Se cumple que: $f(4) = f(-4) = 0$ y $f(-2) = -f(2) = 4$, sin embargo, la función no es par ni impar.

Función inyectiva.

En el libro de texto del primer año del bachillerato se introduce la definición de función inyectiva inmediatamente después de definir función como conjunto de pares ordenados:

Una función es inyectiva si para dos valores iguales de la imagen le corresponden valores iguales del dominio.

Simbólicamente lo expresan: $f(x_1) = f(x_2)$ entonces $x_1 = x_2$.

En esta definición debe sustituirse la preposición "para" por "a". En la representación simbólica, debe estructurarse adecuadamente como implicación, que es la estructura lógica de esta definición: "Si…, entonces…".

La ilustración de la definición es mediante diagramas de Venn y gráficas de funciones.

FALACIAS. La función f es inyectiva si al trazar rectas paralelas al eje de las x, corta al gráfico en más de un punto.

CONSECUENCIAS INMEDIATAS:

1. Se reduce la definición de función inyectiva al comportamiento de su gráfico, sin saber justificar por qué es o deja de ser inyectiva la función.
2. Si el estudiante no conoce el gráfico de la función, no puede determinar si es inyectiva.
3. No es posible generalizar la definición del concepto a funciones no conocidas por el estudiante, objeto de estudio en la propia asignatura en temas y cursos posteriores.

PROPUESTA IV:

1. Utilizar la definición dada para estudiar la inyectividad de una función.
   a) Sea la función f definida en R por la ecuación $y = x^2$. En este caso no es necesaria la vía analítica. Para aseverar que esta función no es inyectiva, basta hallar un número real que sea imagen de dos elementos distintos del dominio (contraejemplo). En este caso, un número real que sea el cuadrado de dos números reales diferentes: 4 es imagen de 2 y -2.
   b) A los estudiantes generalmente les resulta difícil hallar un número que sea la imagen de dos elementos distintos del dominio, aunque conozcan el gráfico de la función y por su análisis sean capaces de afirmar que la función no es inyectiva. Por ejemplo, sea la función definida en R por la ecuación $g(x) = (x + 3)^2 - 1$. En realidad, para aplicar la definición tal y como se les presenta, deben asignar un valor a "y" y resolver la ecuación cuadrática resultante:

$y = (x + 3)^2 - 1$. Sea este $y = 8$. Resulta la ecuación: $(x + 3)^2 - 1 = 8$, cuyas soluciones son 0 y -6.

   c) Utilizar la vía analítica para demostrar que esta función no es inyectiva.

Considerando que $g(x_1) = g(x_2)$, se tiene: $(x_1 + 3)^2 - 1 = (x_2 + 3)^2 - 1$

Entonces: $(x_1 + 3)^2 = (x_2 + 3)^2$ por tanto, $|x_1 + 3| = |x_2 + 3|$.

Se obtiene: $x_1 + 3 = x_2 + 3$, o $x_1 + 3 = -(x_2 + 3) = -x_2 - 3$.

De la primera igualdad: $x_1 = x_2$. De la segunda, $x_1 = -x_2 - 6$, o, $x_1 + x_2 = -6$. Por tanto, dos números cualesquiera cuya suma sea -6, tienen la misma imagen mediante esta función.

2. Formular la contraposición de la definición dada:

Una función f es inyectiva si elementos distintos del dominio, tienen distintas imágenes. En símbolos: Si de $x_1 \neq x_2$ se obtiene $y_1 \neq y_2$.

Resulta muy útil para los estudiantes, sobre todo al refutar una proposición.

EJEMPLO: Sea la proposición: "La función definida en R por la ecuación $y = x^2$ es inyectiva".

Basta hallar un par de elementos del dominio que tengan la misma imagen para refutar esta afirmación. En el caso de la función g analizada, resulta más fácil para la generalidad de los estudiantes encontrar el contraejemplo por esta vía. Es hallar dos números $x_1 \neq x_2$ que tengan la misma imagen:

$(x_1+3)^2-1=(x_2+3)^2-1$, lo que es equivalente a: $(x_1+3)^2=(x_2+3)^2$.

CONCLUSIONES

El proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática está afectado por el formalismo en la asimilación. El divorcio existente entre las definiciones de los conceptos, su interpretación y su consecuente aplicación práctica, constituyen las principales falacias que atentan contra el desarrollo del pensamiento lógico matemático, provocan la memorización mecánica del contenido e impide la comprensión de su generalización y aplicación, por parte de los estudiantes.

El desarrollo del pensamiento lógico y la formación lingüística no deben ser considerados como un conjunto de habilidades que se logran de manera implícita al desarrollo de las habilidades previstas en los currículos de los diferentes niveles y carreras. Requiere la intencionalidad y preparación por parte de los docentes implicados.

Las asignaturas Matemática Básica y Matemática I ofrecen a los profesores de enseñanza superior la posibilidad de perfeccionar la preparación de los estudiantes en contenidos básicos que se estudian en las enseñanzas precedentes y que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico, ordenado y algorítmico a través del desarrollo de actividades direccionadas al efecto, para lo cual es decisivo el establecimiento de nexos entre los subsistemas educativos.

RECOMENDACIONES

Los docentes de la enseñanza media deben aborden aspectos de la teoría matemática y aspectos elementales de la Lógica Matemática que permitan unificar criterios en torno al tratamiento metodológico adecuado de los conceptos matemáticos en la enseñanza de la asignatura.

BIBLIOGRAFÍA

Addines, F., Recarey, S., Fuxá, M. y Fernández, S. (2da ed., 2007). Didáctica, teoría y práctica. Compilación. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Álvarez, M. y otros (2012). El proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura Matemática. Documentos metodológicos. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Brehmer, S. y Apelt, H. (2da ed.1980). Análisis Matemático I. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Ballester, S. y otros (2002). El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza: La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Campistrous, L., Miyar, O., Naredo, R., Rivero, H., Montes de Oca, E. y Durán, A. (9na ed. 2011) Matemática Décimo grado: La Habana. Editorial Pueblo y Educación.

Campistrous, L. y otros. (9na ed. 2011) Matemática Onceno grado. La Habana. Editorial Pueblo y EducaciónColectivo de autores del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (3ra ed. corregida, 2012) Pedagogía. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Expósito, I. (2008) Curso de Metodología de la Investigación Científica. (En soporte electrónico).

Fernández, R. (2009) Tesis doctoral. Modelo didáctico sobre la dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje con enfoque heurístico e interdisciplinario de la disciplina Matemática para la Secundaria Básica y su metodología. Instituto Superior Pedagógico Blas Roca. Granma. Manzanillo.

Jungk, W. (1981) Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Sánchez, C. (1982) Análisis Matemático (t. #1). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Vigotsky, Lev S. (1982) Pensamiento y lenguaje. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.