

MEDIOS DINÁMICOS PARA TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS DE FUNDAMENTOS DE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

MEDIOS DINÁMICOS PARA TRATAMIENTO DIDÁCTICO DE CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

AUTORES: Henry Fernández Rodríguez¹Michel Enrique Gamboa Graus²Maricela Rodríguez Ortiz³DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: henryfr@ult.edu.cu

Fecha de recepción: 16 - 12 - 2016

Fecha de aceptación: 22 - 03 - 2016

RESUMEN

El presente resultado beneficia al perfeccionamiento de la Educación Superior. Su actualidad está relacionada con la necesidad de la búsqueda de diversidad y actualización didáctica para enseñar los diferentes temas matemáticos. Los medios que se presentan son de interés para contribuir a un mejor aprendizaje de los contenidos geométricos. Los mismos fueron elaborados como parte de la introducción y generalización de resultados del proyecto de investigación. Estos se aplicaron en varias disciplinas de la formación inicial de profesores en la Universidad de Las Tunas. Entre los principales beneficios se presenta el uso de medios dinámicos, elaborados para incrementar las tecnologías y metodologías que permitan a enfrentar exitosamente estos contenidos, y hacerlo además desde las cualidades y potencialidades de la enseñanza virtual. Los medios están elaborados de manera que sean utilizados en los diferentes tipos y momentos de clases tanto por profesores como por estudiantes. Estos están a disposición en la plataforma Web, para que profesores y estudiantes tengan acceso a ellos de manera más general y puedan utilizarlo con regularidad. Esto perfecciona la mediación didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje y dota a los estudiantes de nuevas herramientas en el enfrentamiento a este tópico. Al mismo tiempo, el hecho de contar con estos medios ofrece la posibilidad de adquirir los contenidos geométricos. También se pueden emplear como recurso didáctico en función de asimilar el procedimiento para hacerlo, y además se puede acceder a una buena cantidad de ejemplos para llevarlos al proceso de enseñanza-aprendizaje de esta temática.

PALABRAS CLAVE: Matemática; Geometría; medios dinámicos.

¹ Master en Educación. Profesor Auxiliar del departamento de Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas, Cuba.

² Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor Titular del Centro de Estudios Pedagógicos de la Universidad de Las Tunas, Cuba. E-mail: michelgamboagraus@gmail.com

³ Doctora en Ciencias Pedagógicas. Profesora Titular del departamento de Gestión de la calidad de la Universidad de Las Tunas, Cuba. E-mail: maricelaro@ult.edu.cu

DYNAMIC TEACHING AIDS FOR DIDACTIC TREATMENT OF GEOMETRICAL CONTENTS OF BASIC MATHEMATICS

ABSTRACT

The present result benefits the improvement of Higher Education. Its actuality is related to the need of the search of diversity and didactic update to teach the different mathematical themes. The teaching aids presented are of interest to contribute to a better learning of geometric contents. They were elaborated as part of the introduction and generalization of the results of the research project. They were applied in several subjects of the initial teacher training at the University of Las Tunas. Among the main benefits is the use of dynamic media, developed to increase the technologies and methodologies that allow to successfully face these contents, and also to do it from the qualities and potentialities of virtual teaching. The media are elaborated in such a way that they are used in the different types and moments of classes both by teachers and students. They are available on the web platform, so that teachers and students have access to them in a more general way and can use them regularly. This helps the didactic mediation of the teaching-learning process and provides students with new tools in learning this topic. At the same time, the fact of having these teaching aids offers the possibility of acquiring the geometric contents. They can also be used as a didactic resource in order to assimilate the procedure to do it, and besides, a good number of examples can be accessed to take them to the teaching-learning process of this topic.

KEYWORDS: Mathematics; Geometry; dynamic media.

INTRODUCCIÓN

El acelerado desarrollo alcanzado por la ciencia y la técnica en los últimos decenios repercute directamente en la sociedad actual. En este contexto, la información, el conocimiento y los medios de comunicación influyen de manera directa en el modo de vida, la producción y la forma de entender el mundo; hecho que se manifiesta con particular incidencia en las nuevas generaciones. Lo anterior exige de la educación una formación general para enfrentar con éxito las exigencias del mundo contemporáneo.

La Revolución Científico Técnica demanda de una enseñanza contemporánea capaz de formar individuos que asuman los retos que las condiciones actuales exigen, de manera que se transmitan de generación en generación y perdure lo mejor de cada uno de ellos. En este sentido hay que orientar la labor del profesor para que llegue a lo cualitativamente nuevo, a lo que no se repite, porque es original y único, porque la actividad pedagógica adquiere carácter creador donde se evidencia la formación de hombres que pueden modelar las experiencias en su contexto.

La política educacional cubana tiene entre sus objetivos formar las futuras generaciones en una concepción científica del mundo, fundamentada en el materialismo dialéctico e histórico sobre la base de la aplicación de procesos de pensamiento, procedimientos y estrategias de trabajo y el aprovechamiento de las tecnologías de la información y las comunicaciones, que promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, sentimientos, actitudes y valores acorde a los principios de nuestra sociedad. Los avances de la educación cubana condicionan este propósito y contribuyen a la formación multilateral de los estudiantes, colocándolos en mejores condiciones para enfrentar los problemas actuales de la sociedad de manera activa y creadora.

La enseñanza de la Matemática nunca ha estado al margen de esta política y ha evolucionado constantemente a planos cualitativamente superiores, con el propósito de lograr una mayor incidencia en la formación de la concepción científica del mundo, desarrollo de convicciones, sentimientos éticos, patrióticos y de solidaridad con los pueblos en los estudiantes. Todo lo antes planteado se encuentra en correspondencia con los objetivos priorizados del Ministerio de Educación, para garantizar los resultados del aprendizaje y con ello una mejor preparación de los estudiantes para la vida, donde la asignatura Matemática juega un papel fundamental, de forma particular la enseñanza de los contenidos geométricos.

Es significativo el aporte que hacen los medios en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos al desarrollo del pensamiento espacial del hombre, de modo tal que este pueda hacer una mejor interpretación del espacio físico que le rodea en pos de transformarlo, siendo el uso de los medios una opción válida, para potenciar la vía dialéctica del conocimiento planteada por Lenin. Sin embargo, en la práctica pedagógica los medios utilizados no son suficientes y carecen de cualidades que contribuyen a favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El análisis de resultados en diferentes evaluaciones, controles a clases, estudio de productos del proceso pedagógico, actividades metodológicas en colectivos de disciplina, año y carrera, intercambio con varios especialistas, informes de análisis semestrales y la experiencia de los autores permitió determinar las siguientes manifestaciones en los profesores: Insuficiente uso de medios de enseñanza-aprendizaje. Limitaciones, por parte de los docentes, en el conocimiento de las potencialidades de los recursos informáticos. Escasa disponibilidad de medios de enseñanza-aprendizaje en correspondencia con desarrollo tecnológico existente.

Estas manifestaciones revelan una contradicción entre las exigencias que establecen los objetivos del modelo del profesional en cuanto a la dirección del proceso pedagógico, donde se tiene en cuenta la creatividad en la utilización de los recursos pedagógicos para la formación de los educandos, de manera que se potencie su aprendizaje, así como su desarrollo personal en el orden intelectual, afectivo, moral, político y social y, el estado real que presenta el uso

de los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos que limita el logro de tales exigencias.

Entre los autores que han investigado sobre medios de enseñanza se destacan Klinberg (1981), López (2006), Zaldivar (2015), Zaldivar, Cruz y Gamboa (2015), entre otros. En sus investigaciones coinciden que los medios de enseñanza son de vital importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje, permiten crear las condiciones materiales favorables para el cumplimiento de los objetivos propuestos, y, por lo tanto, logran mayor eficiencia en el proceso de asimilación del conocimiento por los estudiantes para el desarrollo de capacidades, hábitos y la transformación de convicciones. No obstante, son insuficientes los aportes que potencien el empleo de los asistentes matemáticos en función de favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos.

Otros autores han realizado investigaciones relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos ente ellos se encuentran: Carmenates y Gamboa (2005), Gamboa, Carmenates, Borrego y Fernández (2005), González (2006), Carmenates (2011), Carmenates, Rodríguez y Gamboa (2014), Cruz, Yoppiz y Gamboa (2014, 2016) en las que se han desarrollado propuestas acerca del desarrollo del pensamiento geométrico desde la enseñanza basada en problemas, una concepción didáctica con un enfoque dinámico y la búsqueda de relaciones en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría.

Estas investigaciones aportan soluciones relacionadas con los medios de enseñanza. Sin embargo, no se ha profundizado en la utilización de medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, ni usando los asistentes matemáticos para que el estudiante interactúe de manera activa y que logre mayor protagonismo e independencia en el aprendizaje. De lo anterior se deduce que son insuficientemente sistematizados los medios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, en particular los de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar, lo que se convierte en una insuficiencia teórica que motiva esta investigación.

Como consecuencia, el objetivo de esta investigación es la elaboración de medios de enseñanza con asistentes matemáticos, para potenciar su empleo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar. Se defiende la idea de que este proceso requiere potenciar el uso de medios dinámicos e interactivos, que favorezcan la participación activa y la interacción profesor-medio-estudiante.

DESARROLLO

1. Consideraciones teóricas

En los últimos años hemos sido testigos de una revolución relacionada con los medios de enseñanza, a los que se han utilizado tradicionalmente en el proceso de enseñanza-aprendizaje (tiza, pizarra, libro de texto, láminas,

modelos de objetos, retroproyector, la televisión, el video, entre otros), se han incorporado nuevos medios y en especial las TIC en la educación.

Los medios de enseñanza toman un papel protagónico ya que aprovechan las potencialidades perceptivas de los canales sensoriales, facilitan la participación individual, desarrollan la creatividad, permiten la retención por más tiempo de los conocimientos adquiridos en la clase, crean intereses cognoscitivos, impregnan más emotividad al proceso de aprendizaje, ofrecen seguridad y contribuyen a la auto-reafirmación del estudiante.

Múltiples recursos didácticos son reconocidos y son utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, desde los más elementales (elaborados incluso por los propios docentes), hasta los más sofisticados entre los que pueden nombrarse: las varillas o palillos, los geoplanos, el tangram, y más recientemente y con el auge de las TIC, los procesadores geométricos. Al respecto, "Introducir medios en la clase es enriquecerla, significa mejorar las posibilidades comunicativas entre profesor y estudiantes y, fundamentalmente, contribuir a activar los procesos del pensamiento para que los alumnos puedan establecer más claramente las propiedades de los objetos y fenómenos, sus causas y consecuencias" (González, 1986, p.87). El uso de estos medios en la clase permite establecer un vínculo directo entre el objeto de estudio (realidad objetiva) y las generalizaciones y abstracciones que tienen lugar en la mente del alumno (procesos racionales).

Para una correcta selección de los medios a utilizar para cada objetivo y contenido es necesario considerar el nivel de desarrollo intelectual de los estudiantes. Para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos los profesores disponen de otras opciones que no sean sólo la construcción de medios de enseñanza utilizando materiales como: cartulina, cartón, varillas, sino otras herramientas informáticas que están a disposición de estudiantes y profesores.

La inserción de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos tiene como propósito la mediación del proceso. Solo así estos recursos tecnológicos constituyen un medio y no una finalidad. Un medio que contribuye en el marco del modelo pedagógico de los nuevos ambientes de aprendizaje a optimizar la actividad y la comunicación de los docentes con los estudiantes, de estos entre sí, y de ellos con el contenido de enseñanza.

Para lograr tales expectativas se requiere de un docente capacitado en el empleo de estos medios y de determinados recursos informáticos. Se debe, además de considerar su formación profesional en esta dirección, promover el compromiso de los educadores en relación con su autoformación en este sentido, lo que evitaría la incorporación de estos recursos de una forma instrumental y empírica. Tampoco se puede obviar que muchos de los docentes no fueron formados en el uso de las TIC, particularmente en lo

referido a la utilización de la informática como un ventajoso medio de enseñanza en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Desde los años 50 se han elaborado numerosos programas computacionales en el contexto de la enseñanza de la Matemática. Se produjo un avance significativo con la aparición de los sistemas de cálculo simbólico (CAS), a finales de los años 60. Entre estos se destacan: MACSYMA, REDUCE, MUMATH/MUSIMP.

Estos sistemas de cálculo, realizaban procesos simbólicos tales como: trabajo algebraico y con funciones, sistemas de ecuaciones lineales, cálculo de derivadas, la integración, que ofrecen solución a los problemas con expresiones simbólicas y numéricas utilizando la denominada aritmética aproximada con una representación gráfica muy limitada.

Estos se diseñaron para las grandes computadoras con un entorno de trabajo lento y complejo. En la década de los 80 con la aparición de las computadoras personales (PC) se desarrollaron estos CAS con entornos de trabajo más sencillos y con mayores posibilidades gráficas y didácticas, entre los que se pueden citar: MATHEMATICA, DERIVE, aparece como evolución del programa MUMATH y es ampliamente utilizado en múltiples experiencias pedagógicas de la enseñanza de la Matemática por sus bondades en cuanto a su manipulación y tamaño. Otros sistemas de cálculo simbólico que aparecieron simultáneamente son: MAPLE, MACSYMA y MATLAB.

También se desarrollaron otros tipos de programas basados en el cálculo aproximado, los denominados programas de CÁLCULO NUMÉRICO. Programas que ofrecen enormes posibilidades numéricas, con un entorno diseñado exclusivamente para la programación científica (EUREKA, MATHCAD). Paralelamente a estos sistemas de cálculo simbólico aparecieron unos sistemas computacionales enmarcados en contextos geométricos, los procesadores geométricos, que permiten realizar construcciones sobre la base de las relaciones geométricas y el dinamismo.

Los procesadores geométricos permiten dibujar figuras como muchos otros software, pero no en función de la apariencia, sino de relaciones geométricas. En este sentido, dibujar líneas perpendiculares en Power Point, aplicación del paquete de Microsoft- Office, por ejemplo, consistiría en ubicarlas de manera que “parecieran” forman un ángulo de 90° . El criterio de validación de la relación geométrica sería meramente visual. En cambio, en un procesador geométrico, la construcción de líneas perpendiculares se reduce a utilizar el comando recta perpendicular.

Es importante señalar que utilizar las TIC en la enseñanza de la Matemática y en especial en la Geometría, no se limita al uso de sistemas informáticos, sino al dominio de una filosofía de trabajo con los “procesadores geométricos”, lo cual permite “hacer Geometría” desde otra perspectiva; lo que significa tener en cuenta una metodología para el tratamiento de los contenidos geométricos bajo el prisma de las tendencias actuales que revitalizan la visualización, la

experimentación, las múltiples representaciones de objetos de aprendizaje y la obtención de conjeturas, con el empleo de estos medios.

Se deben tener muy en cuenta los tipos de conocimientos que se pretenden transmitir, así como las formas de presentarlos, pues es necesario considerar con detenimiento las posibilidades y las restricciones educativas que proporcionan el uso de las TIC en el proceso docente, de manera que la elaboración de los medios esté contextualizada en función de los estudiantes.

Por lo anterior se hace necesario que el docente utilice de manera apropiada los mismos y muestre un conocimiento adecuado de su manejo. Además de poseer el dominio del recurso tecnológico, deben realizar un estudio detallado sobre los problemas que resolverán los estudiantes de forma que se propicie un aprendizaje desarrollador de la Geometría.

Por otra parte, los docentes deben estar conscientes, y así hacérselo saber a sus estudiantes, que no basta con el desarrollo de habilidades informáticas en el manejo con estos sistemas, sino que es necesario el dominio del contenido geométrico para poder comprender el conocimiento que se está obteniendo por esa vía.

Si bien es reconocido el valor didáctico de los aportes de los autores antes señalados, en el proceso de enseñanza-aprendizaje los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar se requiere emplear medios de enseñanza-aprendizaje dinámicos, que propicien un aprendizaje desarrollador congruente con el enfoque vigotskiano en Gamboa (2007, 2012), Gamboa, Carmenates y Amat (2010), Gamboa y Carmenates (2011), Gamboa (2012), a partir de conjeturas e intercambio constante entre profesor-estudiante, teniendo en cuenta el nivel de aprendizaje alcanzado, las potencialidades y limitaciones que presentan en su etapa de formación, además de las exigencias sociales para las cuales deben prepararse.

De igual forma el uso de estos medios deben propiciar que los estudiantes desarrollen su capacidad de aplicar las definiciones y propiedades de las figuras planas de forma variada, pues si se utilizan en las mismas situaciones, esto puede conspirar contra su desarrollo y los conduce a la repetición de patrones que no ayudan a enfrentar los problemas reales de la sociedad.

2. Caracterización del estado inicial

La muestra seleccionada la constituyen los cinco profesores que imparten la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar. Tienen como promedio ocho años de experiencia en la disciplina Geometría y cuatro en la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar, tres tienen el título académico de Master en Educación y todos poseen la categoría docente de Asistente.

En cuanto a los 15 estudiantes, cursan el segundo año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas durante el curso 2015-2016. Todos son varones, cuatro son militantes de la

UJC, 14 provienen del Preuniversitario y uno de la Enseñanza Técnica y Profesional, al ingresar en la carrera el promedio de las notas en las asignaturas priorizadas fue 83 en Español, 91 Matemática, 93 en Historia, además en Física fue 86, 11 estudiantes optaron por la carrera en su primera opción, tres en la segunda, y uno en la quinta, esto nos da la medida que las asignaturas de la especialidad se encuentran en la preferencia de los estudiantes.

En la caracterización se emplearon los métodos: observación, encuestas a estudiantes, entrevistas a profesores y estudio de los productos del proceso pedagógico. Para conocer el estado que presenta la variable, definida como: los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, la cual representa la medida en que se utilizan en estos contenidos a partir de su disponibilidad. Para ello se tomó el segundo año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física.

Sobre la base de los referentes asumidos en el capítulo anterior, los indicadores que se definen para medir el estado inicial son: la contribución al cumplimiento del objetivo, el nivel de interacción con los estudiantes y el nivel en que el medio es portador del contenido de aprendizaje.

El grado de contribución al cumplimiento del objetivo, es cuando los estudiantes se apropian del contenido, es decir, que el medio empleado propicia de manera significativa el aprendizaje; el nivel de interacción con los estudiantes, es cuando el medio permite que los estudiantes participen activamente en la adquisición de su propio conocimiento, y el grado en que el medio es portador del contenido de aprendizaje, lo que significa que en él se tienen en cuenta todas las posibilidades de analizar el contenido, el cual puede aparecer de manera explícita o implícita.

Una vez delimitada la variable y sus indicadores a partir de los criterios de Gamboa (2016), se procedió a diseñar, mediante una matriz, los métodos e instrumentos que permitieran evaluar sus estados, para lo cual se estableció una definición para cada indicador y la escala valorativa con sus correspondientes categorías (Tabla 1).

Tabla 1

Indicador	Escala valorativa	Categoría
El grado de contribución al cumplimiento del objetivo: es cuando los estudiantes se apropian del contenido.	Cuando el medio propicia que el estudiante se apropie del contenido.	Adecuado
	Cuando el medio solo propicia que el estudiante se apropie parcialmente del contenido.	Poco adecuado
	Cuando el medio no propicia que el estudiante se apropie del contenido.	No adecuado
El nivel de interacción con los estudiantes: es cuando el	Cuando el medio propicia una correcta interacción entre profesor-medio-estudiante.	Adecuado
	Cuando el medio propicia de manera insuficiente la	Poco

estudiante manipula el medio, o sea, participa activamente en la adquisición de su propio conocimiento.	interacción entre profesor-medio-estudiante.	adecuado
	Cuando el medio no propicia la interacción entre profesor-medio-estudiante.	No adecuado
El grado en el que medio es portador del contenido de aprendizaje: es cuando se tiene en cuenta todas las posibilidades de analizar el contenido.	Si el medio contiene todo el contenido.	Adecuado
	Si el medio no contiene todo el contenido.	Poco adecuado
	Si el medio solo contiene una parte específica del contenido.	No adecuado

Estas categorías se emplearon, además, para evaluar los indicadores en: Adecuado (si se evaluaban en la más alta categoría todos los indicadores). Poco adecuado (si dos de los indicadores se evalúan en este nivel). No adecuado (cuando dos de los indicadores se evalúan con esta categoría). Se diseñaron y aplicaron instrumentos, una vez procesados los datos, se procedió a la evaluación e interpretación de los resultados teniendo en cuenta los indicadores seleccionados en cada uno de ellos.

Una guía para la observación del desempeño de los profesores en el uso de los medios de enseñanza y aprendizaje se aplicó para caracterizar los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos en la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar. En cuanto al primer indicador, en las clases observadas se pudo constatar que los medios utilizados no contribuyen de manera eficaz en el cumplimiento de los objetivos, pues en el 75% de las clases visitadas se utiliza solo la pizarra, lo que limita que el estudiante se involucre de manera más protagónica en su aprendizaje. De igual forma, se vio limitada la interacción profesor-medio-alumno, solo en el 25% de las clases visitadas se observó esta interacción. El hecho de que predomine la utilización de la pizarra, limita la interacción del estudiante con el contenido, en primer lugar, porque es el profesor el que la utiliza mayormente y en segundo lugar con este medio no es posible lograr la movilidad y la diversidad de situaciones que si propician otros medios interactivos, donde se puede lograr mayor cantidad de conocimientos en menos tiempo que el que se dedica utilizando solo la pizarra.

En el caso en que se utilizaron las láminas y los mapas conceptuales estos representaron favorablemente el contenido objeto de enseñanza-aprendizaje, sin embargo, en el caso de la pizarra no siempre fue utilizada para exponer lo esencial. Además, en las clases visitadas se constató que los medios se utilizaron fundamentalmente en las conferencias y de manera particular en el desarrollo. Esto significa que las potencialidades de los medios se ven limitadas al no emplearse en los distintos tipos de clases, ni en todos los momentos de las mismas.

Con relación a la entrevista realizada a profesores de experiencia, en cuanto a la interacción profesor-medio-estudiante, todos manifiestan que los medios

son utilizados solo por el profesor en la clase, y en algunas ocasiones en las clases prácticas cuando el estudiante desarrolla un ejercicio en la pizarra.

El 100% de los profesores entrevistados manifiestan que utilizan los medios en momentos determinados de la clase para representar algunos conceptos, visualizar esquemas, mapas conceptuales, es decir, que no se logra con los medios utilizados la presentación total del contenido, sino de manera fragmentada o parcial.

Se pudo constatar además en la entrevista que el 100% de los profesores manifiestan que los estudiantes solo conocen una sola definición de cada figura plana. Esto evidencia que existen limitaciones en el tratamiento a las definiciones por parte de los profesores, para lograr que los estudiantes dominen diferentes formas de expresarlas. Plantearon, además, que gran parte de los estudiantes saben la mayoría de las propiedades pero que poseen dificultades en su aplicación en los ejercicios, es decir, no se logran desarrollar las habilidades que permiten operar con los conocimientos relacionados con las figuras y sus propiedades. Los profesores coinciden en que las principales dificultades están dadas porque los estudiantes no interiorizan las consecuencias de cada una de las propiedades, o sea, lo que implica, las lecturas que se pueden sacar de ellas. El aprendizaje de estas propiedades es memorístico sin análisis, en ocasiones mencionan la propiedad y en la figura no saben representarla. Ninguno refirió como causa el insuficiente uso de los medios de enseñanza.

El 40% de los profesores manifiesta que utilizan en ocasiones los mapas conceptuales, lo que significa que no se usan ni con la frecuencia ni con la variedad necesaria que se requiere en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos. En cuanto a la encuesta aplicada a los estudiantes, el 60% de los alumnos manifiesta que a veces los medios contribuyen al logro de los objetivos de la clase ya que el medio que más usan es la pizarra y en ocasiones no se hace correctamente. Además, se pudo constatar que los profesores no les dan protagonismo a los estudiantes en cuanto al uso de la pizarra y que los medios solo abarcan una parte del contenido, la que el profesor considere que sea más importante en su clase. El 73% de los estudiantes manifiesta que los medios son utilizados a veces en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, reconociendo la importancia de estos en la comprensión del contenido, ya que en la medida que el profesor haga un mejor uso será mejor la interpretación del mensaje.

A partir de la escala para medir los indicadores el indicador: grado de contribución al cumplimiento del objetivo se evaluó de poco adecuado, ya que los datos obtenidos en los instrumentos que midieron este indicador (observación al desempeño de los profesores y la encuesta a estudiantes) muestran que los medios utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de

los contenidos geométricos contribuyen parcialmente en el logro de los objetivos.

El indicador nivel de interacción con los estudiantes se evaluó de no adecuado pues los datos obtenidos en los instrumentos que midieron este indicador (observación al desempeño de los profesores, entrevista a profesores con experiencia y la encuesta a estudiantes) muestran que no existe una adecuada interacción profesor-medio-estudiante.

Por otra parte, el indicador grado en el que medio es portador del contenido de aprendizaje se evaluó de poco adecuado, teniendo en cuenta que los datos obtenidos en los instrumentos que permitieron medir este indicador (observación al desempeño de los profesores, entrevista a profesores con experiencia y la encuesta a estudiantes) muestran que en la mayoría de los casos los medios utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos solo contienen una parte de este.

En correspondencia con lo anterior la variable los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos se evalúa de poco adecuado, como síntesis de los resultados obtenidos en los tres indicadores: el grado de contribución al cumplimiento del objetivo, el nivel de interacción con los estudiantes, el grado en el que medio es portador del contenido de aprendizaje, apuntaron hacia un bajo dominio en el uso de los medios, no obstante, se registraron como aspectos favorables que la mayoría de los profesores manifiestan la necesidad de crear nuevos medios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos.

3. Conclusiones de la indagación empírica

La variable los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos es evaluada de poco adecuado, fundamentalmente por la carencia de medios y las insuficiencias en su uso. Se confirman las manifestaciones de insuficiencias que revelaron el problema, fundamentalmente en el insuficiente uso de medios a partir de su escasa disponibilidad de medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos en correspondencia con desarrollo tecnológico existente. Se revelan potencialidades debido a que la mayoría de los profesores manifiestan interés y reconocen la necesidad de crear nuevos medios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos. Se determina como causa empírica del problema que los profesores no siempre se aprovechan las potencialidades de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones para elaborar los medios de enseñanza que contribuyan al aprendizaje desarrollador.

4. Medios dinámicos propuestos

El enfoque dinámico de estos medios, como instancia de mediación, facilita el descubrimiento de conceptos y relaciones mediante el proceso de visualización, sobre la base de la movilidad que adquieren las figuras y hace

posible la presentación de retos relevantes, que le permitan al estudiante ir descubriendo y planteando soluciones a los problemas que se le ofrezcan y sus propias interrogantes, a partir de la experimentación y por tanto facilita y apoya el aprendizaje.

El objetivo general de los medios dinámicos es favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar. Estos medios se caracterizan por lograr en los estudiantes cuestiones indispensables en su desarrollo como son: La integración de los nuevos conocimientos, con los ya asimilados. La independencia cognoscitiva. El desarrollo de operaciones intelectuales tales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar y de las formas de trabajo y de pensamiento fundamentales (búsqueda de relaciones y dependencia, variación de condiciones y consideraciones de analogía). La formación de capacidades mentales (la intuición, productividad, la originalidad de las soluciones y la creatividad). Aumenta la seguridad en sí mismo. Disminuye los sentimientos de aislamiento. Disminuye el temor a la crítica y a la retroalimentación. Incentiva el desarrollo del pensamiento crítico y la apertura mental. Permite conocer diferentes temas y adquirir nueva información. Aumenta la autoestima y la integración grupal. Fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, basado en los resultados del trabajo en grupo.

Estos medios dinámicos poseen potencialidades que deben, desde el punto de vista didáctico, ser valoradas por el profesor para decidir su utilización, como recurso en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar. Por una parte, estos proporcionan una forma cómoda de gestionar y representar la información, permitiendo que el estudiante dedique mayor atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados.

Por otra parte permiten medir amplitudes de ángulos, longitudes de segmentos y arcos de circunferencia, así como superficies planas, hacer cálculos con gran rapidez, entre otras órdenes de muy distinto tipo, esto puede ser aprovechado tanto por profesores como por los estudiantes, en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, convirtiéndose en un poderoso instrumento de exploración e indagación, todo lo cual hace que su empleo sea altamente motivante.

Estos medios se pueden utilizar en diferentes momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje, teniendo en cuenta el diagnóstico de los estudiantes y el objetivo a cumplir. Si el profesor desea asegurar los conocimientos precedentes para establecer los nexos con el nuevo contenido, puede utilizar un medio donde muestre dicho contenido de manera rápida y coherente teniendo en cuenta el contexto en que se encuentra, o si el profesor necesita que el estudiante recuerde una serie de propiedades para introducir un nuevo contenido.

De manera similar si se pretende brindar o intercambiar con los estudiantes una serie de contenidos en poco tiempo, que con el uso de la pizarra el éxito de la clase se vea limitada, puede utilizar un medio que posibilita de manera eficaz representar, analizar, caracterizar, resumir. Por otra parte, si se desea que los estudiantes amplíen sus conocimientos fuera de la clase de manera independiente o en un grupo con los mismos intereses.

En estos medios dinámicos que se proponen se permite diferenciar una figura geométrica de un dibujo, aunque aparentemente parezca lo mismo, ya que se mantienen las relaciones geométricas después de aplicarle un movimiento a la figura. Es decir, la realización de construcciones en los medios se consideran determinadas relaciones geométricas y el dinamismo que estas adquieren dado por la posibilidad de interactuar con los distintos objetos que las componen de forma que se conserven las relaciones geométricas que subyacen a los dibujos. Este hecho permite que el estudiante pueda visualizar mejor la configuración de puntos con la que trabaja y encontrar las propiedades que son invariantes. Esto estimula la experimentación, planteamiento y verificación de conjeturas, plantear contraejemplos

A modo de generalización, estos medios ofrecen la posibilidad de realizar construcciones geométricas de manera jerárquica, de tal forma que unas construcciones se van superponiendo a otras de forma dependiente, de modo que una modificación de parámetros en la construcción afecta de forma dinámica a todas las construcciones dependientes de ella. Esto significa que, una vez creada una figura esta puede modificarse, o sea, redibujarse al mover algunos elementos básicos (libres), con esto se observa cómo se mantienen las propiedades que posibilitaron su identificación y su construcción; variando otras en dependencia de las nuevas figuras que se van obteniendo por el movimiento. En otras palabras, los objetos iniciales de una construcción pueden ser movidos libremente mediante el arrastre de elementos libres, de manera que todos los objetos conectados siguen el movimiento de acuerdo a la construcción, por lo que la transición de una configuración a la otra es continua.

De esta manera en el aprendizaje de los contenidos geométricos se cambia la forma clásica de trabajarlo, en las que se presentan y estudian las figuras estáticas, evitando que el estudiante forme en su imaginación esta idea de figuras rígidas, que se corresponde con una única forma de representación. Esto hace en ocasiones que el estudiante pierda el nivel de generalidad que caracteriza a los conceptos geométricos y en la práctica que asocie el concepto de la figura que estudia y sus propiedades a una sola representación de la misma (Rizo y Campistrous, 2007).

Estos medios permiten a los estudiantes ensayar, elaborar y verificar, o sea, llegar a conclusiones sobre la base de la experimentación que requieren en un estadio superior, la necesidad de ser demostradas. Esto ayuda a que el estudiante interiorice el concepto geométrico y al mismo tiempo desarrolle su potencial creativo mediante la manipulación, la observación, la

experimentación, entre otras. Además, les permite cometer errores, los cuáles contribuyen a la toma de conciencia en la forma en que el estudiante razona. Por otra parte, potencia el desarrollo de la intuición geométrica espacial.

Esto se puede profundizar en Fonseca y Gamboa (2004, 2010, 2011), Fernández y Gamboa (2005, 2012, 2016), Fernández, Gamboa y Rodríguez (2016), Fernández, Gamboa, Rodríguez y Alfonso (2016). Así, se puede entender que el uso de los medios dinámicos necesita un cambio de visión en el tratamiento de los contenidos geométricos, lo que implica un cambio en el trabajo de los docentes y de los estudiantes. Este debe estar orientado fundamentalmente a lograr una mayor activación en el aprendizaje, con el empleo de procedimientos heurísticos y de medios y recursos tecnológicos que potencien el desarrollo de un pensamiento reflexivo, crítico y valorativo.

Además, proporciona nuevos métodos, ya que facilita: la construcción de las figuras a través de métodos heurísticos, la adquisición por vía inductiva de los conceptos y las relaciones, la resolución de problemas, la generación directa de lugares geométricos mediante el movimiento de un punto sujeto a ciertas condiciones, así como la simulación de los movimientos y las transformaciones del plano.

A manera de resumen, en el uso de los medios dinámicos en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos favorece el desarrollo del pensamiento lógico en general y del pensamiento geométrico en particular, ya que:

- Permite a los estudiantes formarse conceptos mucho más generales acerca de las figuras geométricas y comprender de una forma más completa sus propiedades a partir del trabajo con varios ejemplos.
- Permite aprovechar plenamente una de las estrategias de trabajo con carácter heurístico en la solución de problemas: la de “mover la figura” que resulta muy difícil de desarrollar con los medios convencionales.
- Se propicia igualmente el empleo de procedimientos heurísticos como: “considerar casos particulares”, “considerar casos límite”, “medir y comparar”, así como la “búsqueda de relaciones y dependencias” en las cuales al darle movilidad a las figuras se logra de una manera natural el análisis de lo que ocurre al hacer variaciones, es decir, determinar qué varía y qué se mantiene, así como la dependencia existente entre los elementos analizados, formándose en los estudiantes de esta manera una idea de cuál puede ser la solución del problema.
- Permite fijar las propiedades básicas esenciales de las figuras porque al moverlas, con esta intención, se garantiza que las propiedades que la caracterizan no varíen. En este sentido hay que saber qué puntos se pueden mover y cómo, para que la figura no se transforme en otra diferente a ella. Además, cuando los estudiantes tienen que construir las figuras, deben hacerlo sobre la base del conocimiento de sus propiedades características.

- Potencia el desarrollo de la vista geométrica en lo referido a la percepción de las figuras y sus propiedades, así como el reconocimiento de las invariantes por el movimiento.
- El proceso de visualización en la solución de problemas geométricos se favorece con la movilidad de las figuras, pues a partir de la manipulación y la observación los estudiantes pueden analizar las condiciones dadas, establecer conjeturas sobre lo que se observa y sentir la necesidad de probar los resultados así obtenidos. Esto da un cambio en el aprendizaje de los contenidos geométricos en la que los estudiantes pueden, de alguna manera, sentir que “descubren” las propiedades y relaciones en las figuras.
- Permite no solo considerar los resultados en el aprendizaje sino en los procesos involucrados como la observación, la reflexión, corrección y prueba; lo que potencia el desarrollo del pensamiento inductivo.
- Posibilita trabajar con una multiplicidad de casos lo cual sería imposible al utilizar la forma clásica de tratamiento de estos contenidos en la escuela. Esto le da mayor nivel de generalidad al pensamiento de los estudiantes y racionaliza el trabajo mental y práctico de estos.
- Contribuye de manera importante al desarrollo de la imaginación geométrico-espacial. Las transformaciones en las figuras pueden ser vistas en su configuración. Se puede apreciar en ese movimiento cómo unas figuras pueden dar origen a otras y determinar qué es lo esencial o distintivo en cada una, qué conservan para seguir siendo lo que son y qué varía para convertirse en otras.
- Propicia el aprendizaje de los contenidos geométricos sobre la base de la resolución de una mayor diversidad de problemas, centrando al estudiante como sujeto de la obtención de este conocimiento, y no lo limita a la repetición de los conceptos, las relaciones y al cálculo formal de los perímetros, las áreas, los volúmenes, entre otros.

Estos medios fueron elaborados teniendo en cuenta las características de los estudiantes, por lo que cada profesor puede adaptarlos teniendo en cuenta su contexto y objetivo de la clase. Otro elemento que los caracteriza es la potencialidad para que los estudiantes interactúen con el contenido y pueden establecer relaciones entre los conocimientos previamente asimilados y la nueva materia, relaciones entre los nuevos contenidos y la experiencia cotidiana lográndose el vínculo entre el conocimiento y la vida, entre la teoría y la práctica y, por último, relaciones entre la materia que se aprende y el mundo personal, afectivo-motivacional de los estudiantes, de forma tal que aprendan significativamente.

De igual forma, con el uso de los medios propuestos para el aprendizaje de los contenidos geométricos, se ponen de manifiesto las tres direcciones reconocidas en el aprendizaje significativo que se refieren a lo conceptual, lo experiencial y lo afectivo. No solamente se promueve la comprensión profunda

del contenido, sino que también potencia su relevancia personal y social, su funcionalidad.

En este artículo no se presenta en detalles la propuesta por una cuestión de espacio. La misma puede ser consultada para mayor profundidad en Fernández (2016). A continuación, se exponen dos ejemplos de los medios que se elaboraron para dar solución al problema científico de la investigación. Uno relacionado con las secciones cónicas, específicamente a la parábola, ubicada en el tema número dos de la asignatura Fundamentos de la Matemática Escolar IV, que se imparte en el segundo año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física. El otro ejemplo que se explica se refiere a los ángulos en la circunferencia, que se encuentra ubicado en el tema número uno llamado Elementos de Geometría Plana en la asignatura Fundamentos de la Matemática Escolar II, que se imparte en el primer año de la carrera antes mencionada.

El primer ejemplo puede ser utilizado tanto en conferencia como en clase práctica, en este caso lo explicaremos en una conferencia. Si se utiliza en clase práctica, se debe tener en cuenta que es fundamentalmente para que los estudiantes desarrollen habilidades y apliquen los conocimientos adquiridos de manera independiente, mediante la utilización de métodos y de técnicas de trabajo diseñados en función del diagnóstico de los estudiantes.

En el caso de la conferencia, el medio permitirá que los estudiantes interpreten el procedimiento para representar gráficamente una parábola, en un sistema de coordenadas rectangulares, a partir de su definición. El medio que se ejemplifica tiene como objetivo representar gráficamente la cónica:
 $y^2 - 8x - 4y + 12 = 0$.

A través del medio se pretende que los estudiantes, con la ayuda del profesor, logren transformarla para determinar cada uno de los elementos y luego sean capaces de representarlos en un sistema de coordenadas rectangulares en su libreta. El medio utilizado tiene concebida dicha representación, esto permite comprobar de manera rápida las habilidades adquiridas por los estudiantes anteriormente y que se requieren para poder cumplir con el objetivo previsto. Es importante insistir en el rigor en las construcciones, de manera que se sientan responsables de lo que hacen.

Primeramente, se debe asegurar la definición de parábola, como el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de un punto fijo, llamado foco, y de una recta, llamada directriz, que no pasa por el foco. En la medida que interioricen dicha definición comprenderán el procedimiento para representarla.

A continuación, se representan varios puntos arbitrarios y se analizan las propiedades que cumplen dichos puntos para que pertenezcan al lugar geométrico. Uno de los puntos se mueve de manera que el estudiante, mediante la observación, identifique (según la definición) si pertenece o no a

esa parábola. Además, se necesita que recuerde el significado geométrico que posee la distancia entre dos puntos y distancia de un punto a una recta.

Luego de haber asegurado los conocimientos previos con los estudiantes se les hace la siguiente interrogante: ¿Cómo obtener un conjunto de puntos que cumplan la condición de equidistar de la recta y del foco? Es importante escuchar todas las respuestas y establecer los niveles de ayuda correspondiente.

En dependencia de sus respuestas se invitan a reflexionar la propiedad de la mediatriz de un segmento que dice: todo punto situado en la mediatriz de un segmento equidista de sus extremos. (Figura 1). Como se necesita obtener un conjunto de puntos que disten de A y de F, el segmento necesariamente tiene que ser \overline{AF} . Se construye dicho segmento y su mediatriz, el punto sobre el la directriz debe estar de manera que se mueva libremente.

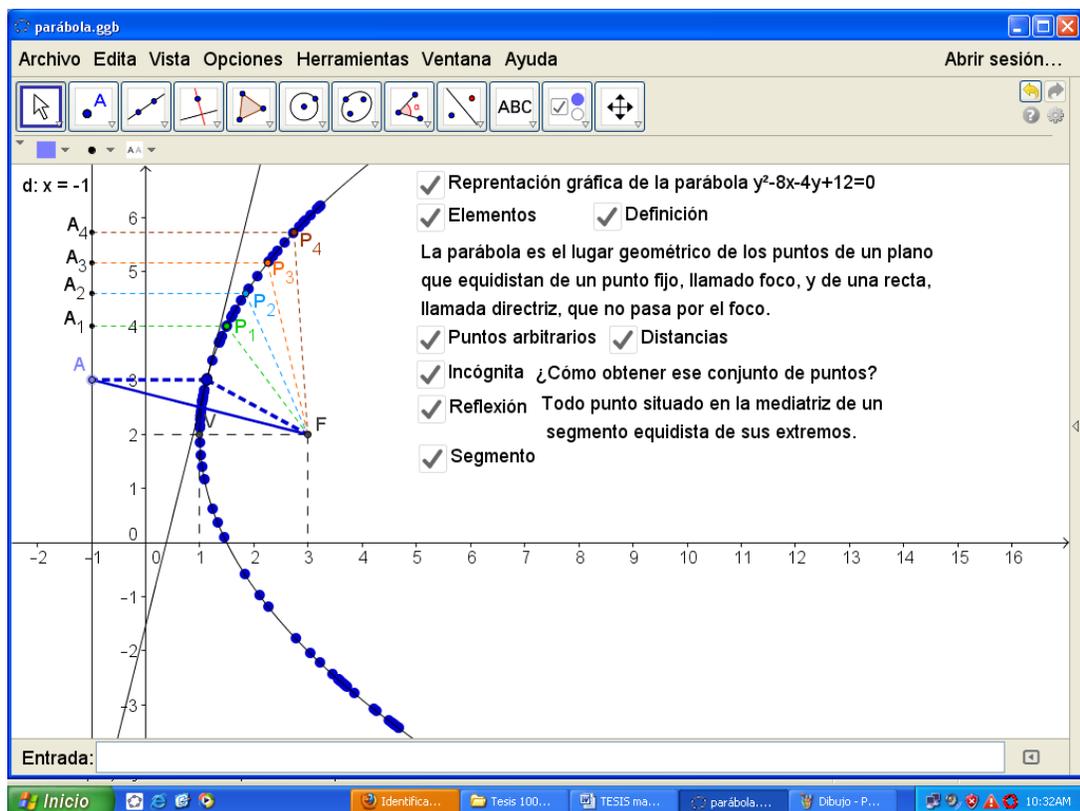


Figura 1

Como anteriormente se había precisado, en el significado geométrico de la distancia de un punto a una recta, los estudiantes deben relacionarlo con la necesidad de trazar una recta perpendicular a la directriz, de esta forma queda evidente que dicha recta nos ayudará a determinar el lugar geométrico. El punto de intersección de esta recta con la mediatriz del segmento pertenece a la parábola, ya que cumple con las propiedades descritas en la definición. Es este el momento propicio para deslizar el punto A sobre la directriz, de manera que se obtengan otros puntos que también pertenecen a la cónica.

Solo quedaría utilizar una herramienta muy valiosa que posee el asistente que permite marcar la trayectoria del punto. Finalmente se debate el procedimiento empleado para la construcción y que deben tener en cuenta para realizar dicha representación en su libreta de manera que les quede lo más exacto posible. Aquí se les explica a los estudiantes que en la barra de entrada se introduce la ecuación de la parábola. Esto permite que se muestre en la pantalla, lo que constituye un buen momento para comparar y comprobar con el conjunto de puntos obtenidos.

Una vez visualizada la representación mediante el medio, se reflexiona con los estudiantes sobre el procedimiento a seguir por ellos en la construcción de la parábola en sus libretas, de manera que están en mejores condiciones para realizar dicha representación. El empleo de este medio permitió el cumplimiento del objetivo de la conferencia, pues el estudiante representará con mayor precisión la parábola como lugar geométrico, a la vez que le proporciona mayor seguridad y confianza con lo realizado, teniendo en cuenta que pudo observar las relaciones que se establecen entre los diferentes elementos de la sección cónica.

El segundo ejemplo corresponde a un medio que se crea para que se utilice en una clase práctica, donde se resuelven ejercicios en los que se aplican fundamentalmente las propiedades de los ángulos de la circunferencia, específicamente para el aseguramiento del nivel de partida, con el objetivo de sistematizar los conocimientos precedentes y comprobar el nivel de preparación que logran los estudiantes a partir de la guía para la clase práctica.

Este medio se elabora para retomar las propiedades de los ángulos en la circunferencia, a partir de preguntas y respuestas, de manera que se creen las bases para enfrentar los ejercicios de la clase práctica. Se retoma además la demostración de la amplitud del ángulo inscrito, esto les permitirá a los estudiantes asentar las bases para las demostraciones que se prevén en la clase práctica. Este contenido se trata desde la secundaria básica pero que aún persisten las dificultades.

Primeramente, se hace referencia a la definición, elementos de la circunferencia y relación de posición con respecto a una recta, cuestiones básicas para el logro del objetivo propuesto. Después se continúa con la definición del ángulo central que es el que está formado por dos radios de una circunferencia. Se pretende que los estudiantes comprendan las propiedades del ángulo central relacionadas con la relación de ángulo central-cuerda-arco correspondiente. Los triángulos formados con los radios que determinan el ángulo central y la cuerda correspondiente son isósceles, y si el ángulo central es de 60° , entonces el triángulo es equilátero.

Es de vital importancia que el estudiante observe que se forman dos ángulos centrales cuyas amplitudes suman 360° . Si uno es agudo, recto u obtuso el otro es sobreobtuso, también se tiene en cuenta el caso de los dos llanos. Se espera que los estudiantes dominen las relaciones: en una circunferencia o en

circunferencias iguales, ángulos centrales iguales determinan arcos y cuerdas iguales, arcos y cuerdas iguales determinan ángulos centrales iguales, cuerdas iguales no determinan arcos iguales debido a que cada cuerda determina dos arcos. Luego prosigue el ángulo inscrito que es el que está formado por dos cuerdas de origen común, se muestra en la pantalla la amplitud del ángulo y puede observar que al variar la posición del vértice no varía su amplitud, en cambio, si se varía la amplitud del arco este si varía y lo hace de manera proporcional, en la medida que aumenta la amplitud del arco también aumenta la amplitud del ángulo inscrito, o sea, la amplitud del ángulo inscrito no depende de la posición de vértice, en la circunferencia, si no, de la amplitud del arco correspondiente, de ahí que todos los ángulos inscritos sobre el mismo arco son iguales.

Se pretende analizar el caso del ángulo inscrito sobre el diámetro. Esto se hará mediante preguntas y respuestas de manera que los estudiantes lleguen al teorema, y luego lo vean a través del medio de enseñanza. Se espera que expresen la relación ángulo central-arco correspondiente-ángulo inscrito. En una circunferencia o en circunferencias iguales arcos iguales determinan cuerdas y ángulos inscritos iguales, ángulos inscritos iguales determinan arcos y cuerdas iguales, pero cuerdas iguales no poseen arcos y ángulos inscritos iguales, la amplitud del ángulo inscrito es igual a la mitad de la amplitud del arco y ángulo central correspondiente (Figura 2). En la conferencia se demostró dicha propiedad a partir de la propiedad del ángulo exterior de un triángulo, la cual se retoma además ya que en la clase práctica se realizará la demostración del ángulo reinscrito y estos elementos son de vital importancia.

Por último, el ángulo seminscrito, es el que está formado por una cuerda y una tangente que tiene como punto de tangencia uno de sus extremos. De manera similar a los anteriores se les muestra el ángulo seminscrito y su amplitud, se varía la amplitud del arco correspondiente y se observa que su amplitud también varía. Es importante que los estudiantes reconozcan que también se forman dos ángulos seminscritos que además son adyacentes, aquí se debe aprovechar para establecer la relación existente entre estos y los arcos correspondientes ya que estos forman la circunferencia. Se espera que los estudiantes muestren dominio de las propiedades de los ángulos en la circunferencia, así como las relaciones entre ellos, de manera que se encuentren en mejores condiciones para aplicarlas en las diferentes situaciones y ejercicios.

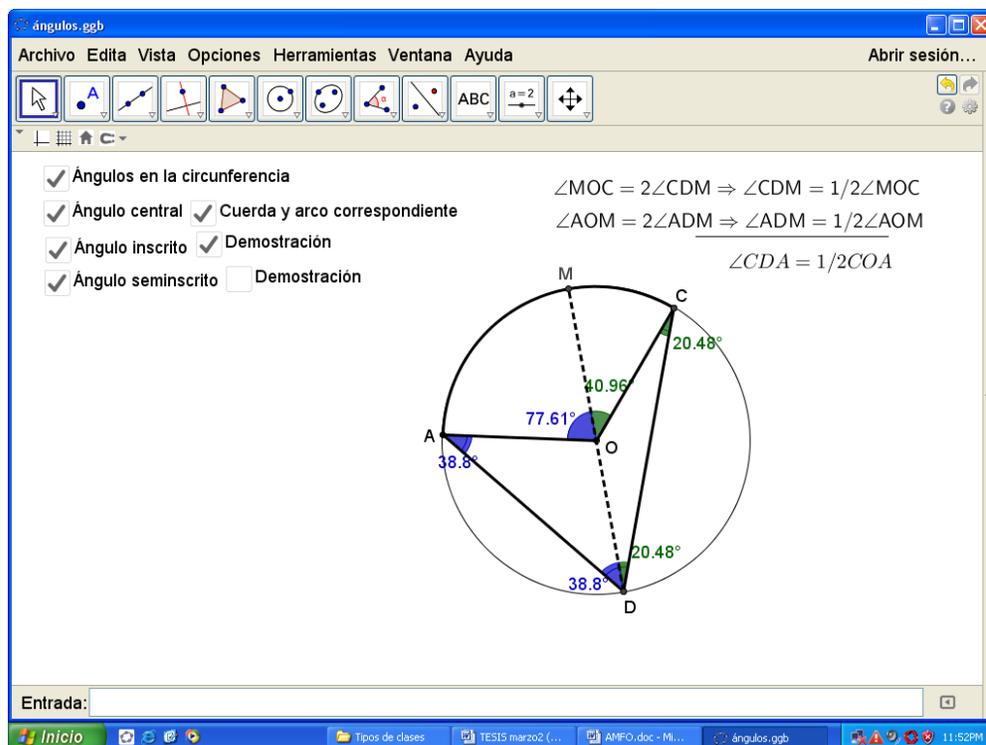


Figura 2

Estos medios se encuentran a disposición de los profesores que deseen utilizarlos, para ello necesitan tener una noción del uso de los asistentes matemáticos: Geometra y Geogebra, pues fueron en estos con los que se realizaron los medios. El autor ha impartido varios cursos de postgrado de manera que todos los profesores del departamento poseen los conocimientos necesarios para utilizarlos. Una vez elaborados los medios dinámicos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos correspondientes, fue necesario constatar su efectividad mediante un experimento pedagógico formativo.

5. Análisis de resultados

Los medios dinámicos fueron llevados a la práctica mediante un experimento pedagógico formativo con la finalidad de comprobar la efectividad de los mismos. El experimento pedagógico formativo se desarrolló con una muestra conformada por los cinco profesores que imparten la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar y los 15 estudiantes del segundo año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas.

Se realiza una valoración desde las vivencias en el uso de los medios dinámicos y la aplicación de algunos instrumentos para poder comparar desde el momento inicial y final de la investigación. Para medir el estado final se emplearon los métodos: observación, encuestas a estudiantes, y estudio de los productos del proceso pedagógico. La guía para la observación del desempeño de los profesores en el uso de los medios de enseñanza y aprendizaje se aplicó

también para validar los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos en la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar. Al respecto se realizó la valoración de los resultados de cada instrumento para determinar el comportamiento de los indicadores utilizados.

En cuanto al primer indicador, en las clases observadas se pudo constatar que los medios utilizados contribuyen de manera eficaz en el cumplimiento de los objetivos, pues en el 86% de las clases visitadas se utilizaron medios, además de la pizarra, los medios dinámicos que se propusieron, viendo en ellos sus potencialidades lo que posibilitó que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos los estudiantes se apropiaran del contenido a partir de involucrarse de manera más protagónica en dicho proceso, si bien algunos de ellos solo se apropiaron parcialmente del contenido, estos se vincularon con otros, mostrando mayor independencia de las explicaciones del profesor.

De igual forma, se favoreció la interacción profesor-medio-estudiante. En el 100% de las clases visitadas se observó que la mediación didáctica empleada propició una correcta interacción entre los involucrados en el proceso de enseñar y aprender. La utilización de los medios tanto por el profesor como por los estudiantes se hizo más sistemático, de manera particular, estos últimos se interesaron por emplearlos con mayor regularidad para el estudio independiente. Esto generó que se incrementaran los niveles de independencia y protagonismo de los estudiantes, a la vez que se elevaron los niveles de calidad en la asimilación de los contenidos geométricos de la Disciplina.

La concepción de estos medios posibilitó la movilidad, teniendo en cuenta que se logra diversidad de situaciones que propician la adquisición de más conocimientos en menos tiempo que el que se dedica utilizando solo los tradicionales.

Los profesores entrevistados manifestaron que los estudiantes son capaces de expresar más de una definición de las figuras planas estudiadas. De igual forma consideran que la interacción profesor-medio-estudiante, se vio favorecida porque como regularidad manifiestan que los medios son utilizados tanto por el profesor como por los estudiantes, potenciando las habilidades profesionales que deben lograr estos últimos para el adecuado desempeño en su futura profesión.

Se pudo constatar además en la entrevista que el 100% de los profesores coinciden en que la aplicación de los medios favoreció el aprendizaje de las propiedades al interiorizar las consecuencias de cada una de ellas, además estos declaran que utilizan los medios en cualquier momento de la clase teniendo en cuenta el objetivo y el contenido, y que además presentan actividades de evaluación vinculadas a estos. Tal situación implicó una mayor comprensión y precisión en la solución de los ejercicios geométricos. Esto evidenció que los medios utilizados en el tratamiento a las definiciones por parte de los profesores, influye favorablemente en los estudiantes en cuanto al dominio de las diferentes formas de expresarlas.

Se destaca en los resultados que los estudiantes dominan las propiedades y su mayoría las aplican en la resolución de los ejercicios geométricos, logrando desarrollar las habilidades que permiten operar con los conocimientos relacionados con las figuras y sus propiedades. Esto permite que el aprendizaje de dichas propiedades no sea memorístico y que se obtenga a partir del análisis y del planteamiento de conjeturas.

En cuanto a la encuesta aplicada a los estudiantes, el 100% de ellos reconoce la importancia de estos en la comprensión del contenido y manifiesta que contribuyen al logro de los objetivos de la clase. Dentro de las potencialidades que destacan sobresale la mayor visualización de las cuestiones fundamentales de la clase. Además, estos permiten un mayor protagonismo a los estudiantes en la adquisición de su propio conocimiento.

A partir de la escala para medir los indicadores el indicador: grado de contribución al cumplimiento del objetivo se evaluó de adecuado, ya que los datos obtenidos en los instrumentos que midieron este indicador (observación al desempeño de los profesores y la encuesta a estudiantes) muestran que los medios utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos contribuyen al logro de los objetivos.

El indicador: nivel de interacción con los estudiantes se evaluó de adecuado debido a que los datos obtenidos en los instrumentos que midieron este indicador (observación al desempeño de los profesores, entrevista a profesores con experiencia y la encuesta a estudiantes) muestran que existe una adecuada interacción profesor-medio-estudiante.

Por otra parte, el indicador: grado en el que medio es portador del contenido de aprendizaje se evaluó de adecuado, pues los datos obtenidos en los instrumentos que permitieron medir este indicador (observación al desempeño de los profesores, entrevista a profesores con experiencia y la encuesta a estudiantes) muestran que en la mayoría de los casos los medios utilizados contienen todo el contenido.

En correspondencia con lo anterior la variable: los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos se evalúa de adecuado, a partir de los resultados obtenidos en los indicadores: el grado de contribución al cumplimiento del objetivo, el nivel de interacción con los estudiantes y el grado en el que medio es portador del contenido de aprendizaje, apuntaron hacia un adecuado uso de los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos.

Al comparar los resultados del estado inicial y el final (Tabla 2) se aprecia una transformación positiva en el uso de los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos y, en los tres indicadores analizados se aprecia avance, dos indicadores evaluados de poco adecuado pasan a adecuado e indicador evaluado de no adecuado en la caracterización pasan a adecuado en el estado final.

Tabla 2

Indicadores	Estado inicial	Estado final
El grado de contribución al cumplimiento del objetivo	poco adecuado	adecuado
El nivel de interacción con los estudiantes	no adecuado	adecuado
El grado en el que medio es portador del contenido de aprendizaje	poco adecuado	adecuado

CONCLUSIONES

Los fundamentos teóricos asumidos en la tesis expresan que los medios de enseñanza y aprendizaje, como soporte de los métodos, favorecen la participación activa y consciente de los estudiantes en un proceso de aprendizaje desarrollador de los contenidos geométricos, los que juegan un papel fundamental dentro de la Matemática, por sus múltiples aplicaciones en la modelación de disímiles problemas de la realidad económica, política y social, sin embargo son insuficientemente tratados en la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar.

La caracterización de los medios utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos de la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas, permitió confirmar las manifestaciones de insuficiencias que revelaron el problema científico, determinándose como causa real del mismo, la carencia de la utilización de medios por lo profesores para favorecer el aprendizaje de los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar.

Los medios elaborados para el aprendizaje de los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar se caracterizan por su dinamismo, interactividad, a la vez que propician el protagonismo del estudiante. Pueden ser utilizados por los profesores de la disciplina adecuándolos a su contexto teniendo en cuentas las características individuales y del grupo.

La validación de los medios elaborados evidenció que estos favorecen el aprendizaje de los contenidos geométricos, al propiciar la participación activa y protagónica del estudiante en del proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Fundamentos de la Matemática Escolar.

BIBLIOGRAFÍA

1. Carmenates, O.A. (2011). El método de la interconexión significativa en la estructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en la Educación Preuniversitaria. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Las Tunas .Cuba.
2. Carmenates, O. A. y Gamboa, M.E. (2005). La Matemática Relacional a través de la Geometría y su presentación en la Educación Media Superior de la Escuela Cubana. Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación, 3(1).

3. Carmenates, O.A., Rodríguez, M. y Gamboa, M.E. (2014). Recursos didácticos para favorecer la resolución de problemas matemáticos. En S. Lima (Ed.), *Didácticas de las Ciencias. Nuevas perspectivas* (5), (pp. 11-38). La Habana: Sello Editor Educación Cubana.
4. Cruz, A., Yoppiz, Y. y Gamboa, M.E. (2014). Medios de enseñanza para la Disciplina Geometría dirigido a la formación inicial de los estudiantes en las universidades de ciencias pedagógicas. En V.M. Cortina (Presidencia), *Las didácticas generales y especiales. Simposio llevado a cabo en el I Foro de Integración Técnico-Pedagógico FORINTUNAS 2014*, Las Tunas, Cuba.
5. Cruz, A., Yoppiz, Y. y Gamboa, M.E. (2016). Conjunto de medios de enseñanza para la disciplina Geometría en la carrera Matemática-Física. En N. Piñeda (Presidencia), *Formación inicial y permanente de educadores. Simposio llevado a cabo en el Evento provincial del Congreso Internacional Pedagogía 2017*, Las Tunas, Cuba.
6. Fernández, H. (2016). Medios dinámicos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos de la disciplina Fundamentos de la Matemática escolar. Tesis presentada en opción al Título de Máster en Educación. Universidad de Las Tunas.
7. Fernández, H. y Gamboa, M.E. (2005). Actividades en las que se pone de manifiesto el uso de los medios de enseñanza en forma de sistema para la enseñanza de la Geometría. *Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación*, 3(1).
8. Fernández, H. y Gamboa, M.E. (2012). Una propuesta para enseñar Geometría en séptimo grado. En B. Almeida (Presidencia), *Estrategias para la enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación. Simposio llevado a cabo en el XIV Evento Internacional La enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación Matecompu 2012*, Matanzas, Cuba.
9. Fernández, H. y Gamboa, M.E. (2016). La didáctica de la Geometría en función del desarrollo tecnológico de la Pedagogía contemporánea. *Bases de la Ciencia*, 1(1), 37-54.
10. Fernández, H., Gamboa, M.E. y Rodríguez, M. (2016). Geogebra: un medio eficaz en la enseñanza de las funciones reales de una variable real. En M. Mesa (Presidencia), *Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la educación básica. Simposio llevado a cabo en la XVI Convención y Feria Internacional Informática 2016*, La Habana, Cuba.
11. Fernández, H., Gamboa, M.E., Rodríguez, M. y Alfonso, O. (2016). La Geometría asistida por Geogebra. *Boletín Redipe*, 5(2), 63-70.
12. Fonseca, J.J. y Gamboa, M.E. (2004). Recomendaciones metodológicas para el diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la secundaria básica de una manera dinámica. In *IV Congreso Internacional Virtual de Educación*.
13. Fonseca, J.J. y Gamboa, M.E. (2010). La enseñanza de la Geometría asistida por computadoras: una nueva realidad en la secundaria básica. *Didasc@Lia: Didáctica y Educación*, 1(3), 47-62.
14. Fonseca, J.J. y Gamboa, M.E. (2011). ¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento geométrico del alumno del nivel medio básico?. *Revista Opuntia Brava*, 3(3).

15. Gamboa, M.E. (2007). El diseño de unidades didácticas contextualizadas para la enseñanza de la Matemática en la Educación Secundaria Básica. Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Las Tunas.
16. Gamboa, M.E. (2012). Enfoque vigotskiano del curriculum en la Pedagogía contemporánea. Unidades didácticas contextualizadas. Saarbrucken, Alemania: Editorial Académica Española.
17. Gamboa, M.E. (2016). Estadística aplicada a la investigación científica. En E. Santiesteban (Presidencia), Investigación, educación y cultura. Simposio llevado a cabo en el II Taller Redipe-Edacun, Las Tunas, Cuba.
18. Gamboa, M.E., Carmenates, O.A. y Amat, M. (2010). El legado de Vigotsky en la profesión educativa. *Opuntia Brava*, 2(2).
19. Gamboa, M.E. y Carmenates, O.A. (2011). Influencia del pensamiento vigotskiano en el nivel micro del diseño curricular. *Opuntia Brava*, 3(1).
20. Gamboa, M. E., Carmenates, O. A., Borrego, A. y Fernández, H. (2005). Pizarra, papel, computadora: un sistema de medios para la enseñanza de la Geometría. In V Congreso Internacional Virtual de Educación.
21. González, M. (2006). Propuesta didáctica para la aplicación de la Enseñanza Basada en Problemas a la formación semipresencial en la disciplina de Geometría. Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP "Enrique José Varona". Ciudad de la Habana. Cuba.
22. González, V. (1986). Teoría y Práctica de los Medios de Enseñanza. Ed. Pueblo y Educación. La Habana.
23. Klinberg, L. (1981). Introducción a la didáctica general. Ed. Pueblo y Educación. Cuba.
24. López, M. (2006). El empleo del software Cabri-Géomètre II en la enseñanza de la Geometría en la Universidad Autónoma de Guerrero. México. Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciudad de la Habana. Cuba.
25. Rizo, C. y Campistrous, L. (2007). El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en las nuevas condiciones del desarrollo de la tecnología. Evento Compumat 2007. Holguín. Cuba.
26. Santos, H. (2015). Actividades didácticas para contribuir al aprendizaje de la geometría plana desde la asignatura Matemática II en la formación inicial del maestro primario. Tesis presentada en opción al título académico de Máster en Educación. Universidad de Ciencias Pedagógicas Pepito Tey. Las Tunas, Cuba.
27. Zaldivar, L. (2015). La fijación de conceptos matemáticos en la Educación Preuniversitaria con una mediación didáctica contextualizada. Tesis en opción del título científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Las Tunas.
28. Zaldivar, L., Cruz, Y. y Gamboa, M.E. (2015). Mediación didáctica contextualizada de las tecnologías de la Información y la Comunicación para la fijación de los conceptos matemáticos. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 6(1), 49-68.