

**HACIA UNA ENSEÑANZA EFICAZ DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN LAS PRIMERAS EDADES**

ENSEÑANZA EFICAZ DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD EN LAS PRIMERAS EDADES

AUTORES: Ángel Alsina<sup>1</sup>Claudia Vásquez Ortiz<sup>2</sup>DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: [angel.alsina@udg.edu](mailto:angel.alsina@udg.edu)

Fecha de recepción: 12 - 07 - 17

Fecha de aceptación: 18 - 09 - 17

**RESUMEN**

A pesar de que desde hace varias décadas diversos organismos y autores de prestigio han aportado recomendaciones acerca de la enseñanza de la estadística y la probabilidad en el aula, los diagnósticos sobre los conocimientos didácticos y matemáticos del profesorado siguen señalando que estos conocimientos son deficientes. A la luz de estos datos, evidenciamos la existencia de un problema real de comunicación entre la literatura sobre la didáctica de la estadística y la probabilidad y la práctica de aula. Desde este prisma, el propósito de este artículo es aportar algunas orientaciones didácticas y recursos para que el profesorado preocupado en mejorar la enseñanza de la estadística y la probabilidad en las primeras edades disponga de algunas herramientas para llevar a cabo una enseñanza eficaz.

**PALABRAS CLAVE:** Didáctica de la estadística; Didáctica de la probabilidad; Práctica de aula; Orientaciones didácticas; Primeras edades.

**TOWARDS EFFECTIVE TEACHING OF STATISTICS AND PROBABILITY IN CHILDHOOD****ABSTRACT**

Although several decades various agencies and prestigious authors have made recommendations on the teaching of statistics and probability in the classroom, research on teacher knowledge continue to point out that these skills are deficient. In light of these data, we show the existence of a real communication problem between the literature on the teaching of statistics and probability and classroom practice. From this perspective, the purpose of this article is to provide some teaching guidelines and resources for teachers concerned to improve the teaching of statistics and probability in the early ages of some tools available to carry out effective teaching.

**KEYWORDS:** Teaching of statistics; Teaching of probability; Classroom practice; Teaching guidelines; First ages.

---

<sup>1</sup> Catedrático de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Girona. España

<sup>2</sup> Profesora de Didáctica de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Chile

## INTRODUCCIÓN

Desde hace ya varias décadas diversos organismos y autores de prestigio han aportado recomendaciones para que el profesorado pueda llevar a cabo una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en el aula (Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. 1987; NCTM, 2003; Batanero, C. y Godino, J. 2004; entre otros). En este artículo se asume que una enseñanza eficaz requiere conocer lo que los alumnos saben y lo que necesitan aprender, y luego estimularlos y ayudarlos para que lo aprendan bien (NCTM, 2003). Ello implica, por parte del profesorado: a) conocer y comprender en profundidad los conocimientos matemáticos que enseñan; b) conocer y comprender en profundidad a los alumnos y, en especial, sus necesidades y posibilidades de aprendizaje; c) conocer y comprender en profundidad los recursos y estrategias docentes más adecuadas para llevar a cabo la enseñanza; d) conocer y comprender en profundidad las formas de evaluar los conocimientos más acordes con los recursos y estrategias docentes usadas para llevar a cabo la enseñanza. En síntesis, pues, para una enseñanza eficaz es preciso que el profesorado disponga de un amplio abanico de conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales que permitan alfabetizar a los alumnos, en el sentido que puedan usar los conocimientos que aprenden en la escuela en todos los contextos de la vida cotidiana en los que dichos conocimientos son necesarios. Para lograr este propósito, el NCTM (2003, p. 113) indica que “las actividades informales de comparar, clasificar y contar pueden proporcionar a los niños los comienzos matemáticos para desarrollar la comprensión de los datos, del Análisis de datos y de la Estadística (...). Deberían realizar recuentos, registrándolos mediante palotes, tablas, diagramas de barras y diagramas de puntos. Los títulos y etiquetas utilizados en sus representaciones deberían identificar de forma clara qué datos se representan (...). Las ideas sobre la probabilidad en estos niveles deberían ser informales, y centrarse en los juicios que emiten los alumnos con base en sus propias experiencias”.

Así, pues, la enseñanza de la estadística requiere considerar, desde las primeras edades, el reconocimiento, la organización, la representación y la interpretación de datos. Se destaca que es importante, desde el principio, etiquetar adecuadamente tanto la variable de estudio como los distintos valores que toma la variable. Respecto a la probabilidad, se sugiere que el inicio de su enseñanza debería partir de situaciones de incertidumbre cercanas a la realidad de los alumnos. A través de estas situaciones se debería empezar a introducir lenguaje específico para designar la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso: imposible, probable, seguro, etc.

Por su parte, Batanero, C. y Godino, J. (2004) aportan recomendaciones más concretas para el profesorado de Educación Primaria, que a nuestro juicio son extrapolables en su mayoría a los niveles anteriores. Algunas orientaciones de estos autores para la enseñanza de la estadística son las siguientes:

- Involucrar a los alumnos en el desarrollo de proyectos sencillos en los que tengan que recoger sus propios datos a partir de la observación, encuestas y medidas.
- Concienciar a los alumnos que cada dato aislado forma parte de un todo (distribución de los datos) y que hay preguntas que no pueden contestarse con un único dato, sino con una distribución de datos.
- Concienciar a los alumnos de las tendencias y variabilidad en los datos y como éstas pueden usarse para responder preguntas sobre los datos o comparar varios conjuntos de datos.
- Visualizar progresivamente que los datos recogidos son una muestra de una población más amplia y sobre cuáles son las condiciones para que los datos de la muestra puedan representar los datos de toda la población.
- Animar a los alumnos a representar sus datos en tablas y gráficos, cuidando los aspectos matemáticos y estéticos de los gráficos de manera que los datos se representen correctamente.

En relación a la enseñanza de la probabilidad, las principales orientaciones didácticas que señalan Batanero, C. y Godino, J. (2004) son las siguientes:

- Proporcionar una amplia variedad de experiencias que permitan observar los fenómenos aleatorios y diferenciarlos de los deterministas.
- Estimular la expresión de predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los resultados, así como su probabilidad.
- Organizar la recogida de datos de experimentación de forma que los alumnos tengan posibilidad de contrastar sus predicciones con los resultados producidos y revisar sus creencias en función de los resultados.
- Resaltar el carácter imprevisible de cada resultado aislado, así como la variabilidad de las pequeñas muestras, mediante la comparación de resultados de cada niño o por parejas.
- Ayudar a apreciar el fenómeno de la convergencia mediante la acumulación de resultados de toda la clase y comparar la fiabilidad de pequeñas y grandes muestras.

Más adelante, considerando estas recomendaciones preliminares, Alsina (2006, 2011, 2013) ofrece algunas orientaciones específicas para el profesorado de Educación Infantil. En concreto, aporta diversas estrategias y recursos para plantear actividades de estadística y probabilidad a partir de contextos de la vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos.

Sin embargo, a pesar de todos estos antecedentes, prácticamente todos los estudios que realizan diagnósticos sobre los conocimientos didácticos y matemáticos tanto del profesorado en ejercicio como de los futuros profesores para enseñar estadística y probabilidad, coinciden en señalar que dichos conocimientos son deficientes, lo que sin duda acaba afectando al aprendizaje

de los alumnos, puesto que su enseñanza o bien se omite o bien se realiza de manera poco eficaz. Así, en relación a los conocimientos estadísticos, Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J.M<sup>a</sup> (2006) señalan un desconocimiento considerable de los conceptos estadísticos elementales por parte de futuros profesores. Arteaga, P., Batanero, C. y Cañadas, G.R. (2011) ponen de manifiesto que los estudiantes para maestro tienen un escaso conocimiento especializado de la estadística, un conocimiento necesario para la planificación de las clases por parte del profesor. Arteaga, P. y otros (2012) complementan dicha información mostrando que, globalmente, los futuros profesores presentan un escaso conocimiento en relación a la enseñanza. Más adelante, Arteaga, P. y otros (2016) muestran errores en futuros profesores sobre la construcción de gráficos estadísticos, relacionados principalmente con los convenios de construcción, la selección de gráficos, el sentido numérico y otros errores conceptuales. Respecto a la probabilidad, por citar sólo algunos ejemplos, Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J.M. (2013) evidencian un pobre razonamiento probabilístico de los futuros profesores, con predominio de diversos sesgos probabilísticos y estrategias aritméticas en futuros profesores. Batanero, C. y otros (2015) señalan también conocimientos insuficientes de los futuros maestros para enseñar probabilidad, con una fuerte presencia del sesgo de la equiprobabilidad. Vásquez y Alsina (2015, 2017) muestran también importantes déficits del conocimiento del profesorado en ejercicio de Educación Primaria para enseñar probabilidad.

Estas evidencias muestran, sin duda, que existe un problema real de comunicación entre la literatura sobre la didáctica de la estadística y la probabilidad y la práctica de aula. La explicación de este fenómeno es multifactorial (déficits en la formación inicial, gestión del tiempo dedicado al desarrollo profesional, sistemas de creencias del profesorado, etc.), y no es el objeto de este artículo tratar de analizarlos. Nuestra pretensión es más humilde, y únicamente pretendemos aportar algunas ideas y recursos, tomando como referencia las orientaciones de diversos organismos y autores, para que el profesorado preocupado en mejorar la enseñanza de la estadística y la probabilidad en las primeras edades disponga de algunas herramientas. Desde este prisma, el propósito de este artículo es aportar orientaciones y recursos para llevar a cabo una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad de 4 a 8 años.

## DESARROLLO

### *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la estadística de 4 a 8 años*

En la introducción se ha señalado que la enseñanza de la estadística requiere contemplar cinco fases propias del ciclo de investigación que considera: planteamiento del problema, planificación, recolección de datos, análisis y obtención de conclusiones. De este modo el abordar la enseñanza de la estadística a partir de este ciclo de investigación se espera que los alumnos comprendan el rol y la importancia de la estadística en la generación de nuevo conocimiento. De manera más concreta, Batanero y Godino (2004) apuntan que

es necesario partir de proyectos sencillos que sean la plataforma para ir introduciendo conocimientos estadísticos de forma inductiva, es decir, a través de la propia experiencia. Cabe señalar que este enfoque es antagónico a la enseñanza tradicional de la estadística, que contemplaba primero la transmisión formal de los conceptos por parte del profesor y a continuación la práctica a través de ejercicios descontextualizados del libro de texto.

Desde este planteamiento más inductivo, a continuación se muestran algunas experiencias contextualizadas para trabajar conocimientos estadísticos de 4 a 8 años, a través de las cuales además de fomentar una enseñanza eficaz, se pretende promover una actitud positiva hacia el aprendizaje de la estadística desde temprana edad:

Experiencia 1: ¿Qué vehículos pasan por la rotonda?

- Nivel: 4-5 años
- Contenidos de estadística: recogida de datos; organización de datos; representación de datos con un gráfico de barras simple; interpretación de datos.
- Material: reloj de arena y materiales inespecíficos (piezas de madera y otros materiales discretos, que se puedan contar uno a uno).
- Planteamiento y gestión de la actividad: esta experiencia surge a raíz del interés de los alumnos por los vehículos que pasan en la rotonda que hay justo al lado del patio de la escuela. Por esta razón, en primer lugar se fomenta un diálogo con los alumnos para que hagan sus propias predicciones e inferencias, y posteriormente salen al exterior a contabilizar los vehículos que pasan por la rotonda durante un periodo de tiempo previamente establecido, que ellos mismos controlan con un reloj de arena.



Figura 1. Recogida de datos

Como se observa en la figura 1, los alumnos cuentan los diferentes tipos de vehículos que circulan por la rotonda: coches, motos, bicicletas, etc. Por parejas o en grupos de tres se responsabilizan de un tipo de transporte y van anotando los datos (marcando una cruz o un palito cada vez que pasa un vehículo).

Una vez recogidos los datos, la maestra plantea preguntas que invitan a organizar los datos de alguna forma: “¿Cuántos camiones han pasado?; ¿qué han pasado más, camiones o furgonetas?”. De este modo, a partir de los resultados que aporta cada grupo se anotan todos los datos en una tabla:



Figura 2. Organización de los datos en una tabla.

A continuación cada grupo representa los resultados con diferentes materiales y en el papel. Para ello, se facilitan distintos materiales inespecíficos como piezas de madera, cuadrados de colores, palos, etc.



Figura 3. Representación de los datos con objetos y en el papel

Una vez finalizada la representación se hace una puesta en común para interpretar los resultados a partir del planteamiento de preguntas como por ejemplo ¿de qué vehículos han pasado más?; ¿de qué vehículos han pasado menos?

### Experiencia 2: “Estadística con cubos”

- Nivel: 5-6 años
- Contenidos estadísticos: representación de datos (gráficos de barras simples)
- Materiales: cubos de madera de 1 dm. de arista (también es posible usar otros tipos de cubos: de rompecabezas, de plástico, de cartón hechos por los propios alumnos, de metacrilato, etc.); cuadrados de papel un poco más

pequeños que las caras de los cubos; cinta adhesiva; cartulinas para hacer carteles.

- Planificación y gestión de la actividad: se dedican unas cuantas sesiones para trabajar con los cubos. Cada sesión tiene como objetivo responder a una pregunta que permita recoger datos de los alumnos y representarlos con los cubos. En la primera sesión se personaliza el cubo: cada alumno escribe y decora un papel con su nombre y lo pega en una de las caras del cubo, y en las otras caras se indican otros datos como la fecha de nacimiento, la mascota preferida, la fruta preferida, el número de hermanos o bien el número de televisiones que hay en casa.



Figura 4. Personalización del cubo de madera

El cubo se convierte, pues, en un registro de datos de cada alumno, que define un poco cómo es cada uno. Una vez el cubo está personalizado, se plantean diversas preguntas tanto cualitativas como cuantitativas en varias sesiones de trabajo, como por ejemplo ¿cuántos hermanos tienes?; ¿qué fruta te gusta más?; etc. En una mesa apoyada a la pared se apilan los cubos ordenadamente, según la respuesta, y se obtiene directamente el gráfico.



Figura 5. Representación de datos con los cubos

Si se considera oportuno, detrás del gráfico puede colocarse un papel cuadriculado para ayudar a guiar las columnas. En cualquier caso, es importante concretar bien la variable (en este caso concreto es cualitativa: tipos de fruta) y los distintos valores que toma la variable (fresa, sandía, plátano,

etc.), ya que facilita mucho la posterior interpretación a partir de la visualización de las frecuencias absolutas de cada valor.

### Experiencia 3: “Aprendemos con el huerto de la escuela”

- Nivel: 7-8 años
- Contenidos de estadística: recogida de datos; organización de datos; representación de datos con un gráfico de barras simple; interpretación de datos.
- Materiales: termómetro y policubos.
- Planificación y gestión de la actividad: en el contexto de la clase de ciencias naturales, se plantan ajos en el invernadero y en el huerto de la escuela. El reto consiste en analizar cómo incide la temperatura en el crecimiento de los ajos, y para ello se mide la temperatura durante una semana. La primera tarea consiste en diseñar la tabla de recopilación de datos de la temperatura: en lugar de dar una tabla ya hecha, la maestra fomenta un diálogo para diseñar la tabla entre todos.



Figura 6. Diseño conjunto de la tabla para la recogida de datos

Seguidamente, a través del planteamiento de buenas preguntas y del andamiaje colectivo, los alumnos aportan sus conocimientos previos sobre el funcionamiento de los termómetros. Después de asegurar que todos los alumnos conocen su funcionamiento, se pactan unos encargados de la clase que son los responsables de medir la temperatura en el invernadero y en el huerto durante una semana. Una vez recogidos los datos, se presentan en la clase y entre todos se decide cómo representarlos. Después de distintas propuestas se decide representar los datos obtenidos con policubos: se pacta el color rojo para las temperaturas del invernadero y el color azul para las temperaturas del huerto. A pesar de que a medida que avanzan en el proceso de representación se terminan los policubos rojos y deciden completar la representación con cubos de color rosa, consiguen su objetivo.

La actividad finaliza con la interpretación de los datos y la obtención de conclusiones: observan que la temperatura es más alta en el invernadero que en el huerto, y que ello favorece que los ajos crezcan más rápido en el invernadero.

Como puede observarse, el eje común de las experiencias presentadas para trabajar conocimientos de estadística de 4 a 8 años es que se trata de situaciones que surgen del interés y del contexto de los propios alumnos. En todas las experiencias hay una participación muy activa de los alumnos, y se

fomenta el aprendizaje a través de procesos matemáticos diversos como el planteamiento de situaciones problemáticas (retos), el razonamiento, la comunicación, las conexiones y la representación.



Figura 7. Representación de los datos de la temperatura con policubos

### *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad de 4 a 8 años*

Las orientaciones didácticas acerca de la enseñanza de la probabilidad coinciden en que estos conocimientos se deberían introducir a partir de situaciones de incertidumbre cercanas a la realidad de los alumnos y, a través de ellas, usar lenguaje específico para designar la posibilidad de ocurrencia de un determinado hecho o suceso (Godino, Batanero y Cañizares, 1987; NCTM, 2003; Batanero y Godino, 2004). Para ello, es recomendable proporcionar a los alumnos una amplia variedad de experiencias que permitan observar los fenómenos aleatorios y fomentar predicciones acerca del comportamiento de estos fenómenos.

Desde este prisma, a continuación se muestran algunas experiencias a partir de situaciones de vida cotidiana y materiales manipulativos para trabajar conocimientos probabilísticos de 4 a 8 años:

#### Experiencia 4. De la lógica a la probabilidad

- Edad: 4 años
- Contenidos de probabilidad: utilización de lenguaje probabilístico (imposible, seguro, probable); grados de posibilidad de un determinado suceso.
- Materiales: Juego lógico estructurado formado por 36 botellas de tres colores distintos (verde, rojo y azul), tres tamaños (grande, pequeño, mediano) y cuatro capacidades (lleno,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ); máquina de cambiar cualidades.
- Planificación y gestión de la actividad: se presentan las botellas y la máquina de cambiar cualidades a los alumnos (inicialmente cambia el color), y se plantean preguntas sencillas a los alumnos acerca de situaciones de incertidumbre como por ejemplo: ¿si entra una botella de color verde, de qué color puede salir la botella? Se pueden también plantear votaciones a partir de las predicciones de los alumnos y pedirles que las argumenten: en

la imagen, por ejemplo, la maestra plantea a los alumnos que cada uno diga qué botella puede salir de la máquina que cambia el color si entra dentro una botella verde, pequeña y con  $\frac{3}{4}$  de capacidad. De esta forma, se fomenta que los alumnos usen lenguaje probabilístico elemental (imposible, probable, seguro, etc.).



Figura 8. Realización de predicciones y votaciones acerca de la posibilidad de ocurrencia (Aymerich, C. y Masferrer, I., 2016)

Progresivamente se puede ir modificando el número de botellas del conjunto referencial (botellas de un color, de dos colores, de una capacidad, de dos tamaños, etc.), así como el operador de la máquina (cambia la capacidad, el tamaño, etc.)



Figura 9. Situaciones reales y juegos para introducir vocabulario probabilístico

#### Experiencia 5. Aprendizaje de las primeras nociones probabilísticas

- Edad: 5-6 años
- Contenidos de probabilidad: grados de posibilidad de un determinado suceso, utilización de lenguaje probabilístico (posible, imposible, poco posible, etc.)
- Materiales: láminas o dibujos con situaciones diversas que sean del contexto cotidiano de los alumnos, acordes a su edad, que muestren situaciones en que la incertidumbre se hace presente.
- Planificación y gestión de la actividad: el maestro presenta láminas con diversas situaciones a los alumnos, como por ejemplo el pronóstico del tiempo, y solicita que los niños las clasifiquen e indiquen si son posibles de ocurrir o no. Una actividad posterior es presentar material concreto como bolitas de colores o dados que los alumnos deben manipular y responder a

cuestiones del tipo: ¿qué bolita tiene más posibilidades de salir? Así, por medio de la realización de experimentos aleatorios con bolitas, fichas de colores, monedas, ruletas, etc., el maestro irá introduciendo gradualmente el lenguaje probabilístico.

Experiencia 6. Cuantificando la incerteza. Un primer paso: los grados de posibilidad

- Edad: 6-8 años
- Contenidos de probabilidad: grados de posibilidad de ocurrencia de un suceso (imposible, casi imposible, poco posible, posible, bastante posible, casi seguro y seguro).
- Materiales: tablero para el maestro, tableros para los alumnos, fichas con situaciones a clasificar según su posibilidad de ocurrencia.
- Planificación y gestión de la actividad: el maestro organiza los alumnos de la clase en grupos de 4 ó 5 alumnos, entregando a cada grupo un tablero y un conjunto de situaciones que deben clasificar identificando diferentes grados de posibilidad de que ocurra cierto resultado. En concreto, los alumnos deben catalogar estos grados desde imposible hasta seguro, contemplando también grados intermedios (otra opción es que sean los propios alumnos quienes planteen las situaciones y luego las clasifiquen).



Figura 10. Clasificación de situaciones según el grado de posibilidad de ocurrencia

Una vez clasificadas las situaciones, la maestra fomenta procesos de interacción, negociación y diálogo en el aula a través del planteamiento de buenas preguntas para discutir y mostrar las predicciones de los alumnos acerca del grado de posibilidad de ocurrencia. Finalmente, con el objeto de avanzar hacia la formalización de los conocimientos probabilísticos, la maestra plantea algunas preguntas que instan a los alumnos a comprender que por ejemplo, una situación catalogada como imposible tendrá probabilidad de ocurrencia 0, mientras que una situación clasificada como seguro tendrá probabilidad de ocurrencia 1.

En síntesis, pues, se observa -como en el caso de las experiencias de estadística descritas- que los alumnos empiezan a trabajar las primeras nociones asociadas al lenguaje de la probabilidad a partir de contextos reales o realistas (situaciones de la vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos

principalmente). A medida que va aumentando la edad, se fomenta que determinen con mayor precisión el grado de posibilidad de ocurrencia de los hechos inciertos hasta llegar a su cuantificación (0 cuando es imposible y 1 cuando es seguro), vinculando así a los alumnos con la asignación numérica de probabilidad a la posibilidad de ocurrencia de ciertos sucesos.

## CONCLUSIONES

En este artículo hemos presentado algunas orientaciones didácticas y recursos para llevar a cabo una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad de 4 a 8 años. Se ha hecho hincapié en que, además de tener un amplio abanico de conocimientos estadísticos y probabilísticos, el profesorado necesita también conocimientos didácticos específicos. Una primera reflexión importante, es pues, decidir cómo se plantea y gestiona la enseñanza de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. En nuestra propuesta, siguiendo los planteamientos de organizaciones y autores de reconocido prestigio (Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J., 1987; NCTM, 2003; Batanero, C. y Godino, J., 2004; entre otros) se ha planteado que, en lugar de llevar a cabo una enseñanza centrada en la transmisión, la repetición y la práctica -y cuyo hilo conductor sea un libro de texto- la enseñanza debería plantearse a partir de situaciones contextualizadas que permitan un aprendizaje inductivo de los conceptos, impulsando las conexiones necesarias con la propia experiencia. A efectos prácticos, esto significa por ejemplo que en lugar de ofrecer una definición de lo que es la media aritmética o la mediana y a continuación señalar los ejercicios del libro que deben hacerse (ya sea en clase o en casa) para practicar estos conceptos, es mucho más eficaz involucrar a los alumnos en investigaciones estadísticas (ciclo de investigación) que les conduzcan a la necesidad de conocer este tipo de datos para poder obtener conclusiones. En otras palabras, la conclusión sería que -por lo menos en las primeras edades- no se trata de informar acerca del nombre del concepto, transmitir el conocimiento matemático formal asociado a dicho concepto y después practicarlo en situaciones descontextualizadas, sino de provocar la necesidad de que surjan ideas matemáticas intuitivas asociadas al concepto a partir de la propia experiencia, y a continuación presentar el nombre del concepto y formalizar el conocimiento asociado a dicho concepto. En consecuencia, es necesario que los profesores ofrezcan a sus alumnos experiencias a partir de situaciones cotidianas que despierten su curiosidad innata, donde a través de las distintas etapas del ciclo de investigación (en el caso de la estadística) y de la cuantificación de la incertidumbre (en el caso de la probabilidad) éstos sean capaces de construir de manera paulatina una adecuada comprensión de la estadística y la probabilidad desde las primeras edades. Este es el gran cambio metodológico que, sin duda, contribuirá a desarrollar una mayor alfabetización estadística y probabilística de nuestros alumnos.

## BIBLIOGRAFÍA

Alsina, Á. (2006). *CÓMO DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE 0 A 6 AÑOS*. Barcelona: Editorial Octaedro-Eumo.

Alsina, Á. (2011). EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN CONTEXTO DE 3 A 6 AÑOS. Barcelona: ICE-Horsori.

Alsina, Á. (2013). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. REVISTA DE DIDÁCTICAS ESPECÍFICAS, 7, 4-22.

Arteaga, P., Batanero, C. y Cañadas, G. (2011). Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores en una tarea abierta. En: M. Marín, G. Fernández, L. Blanco y M. Palarea (coord.), INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XV (pp. 267-275). Ciudad Real: SEIEM.

Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J.M. y Cañadas, G. (2012). Evaluación del conocimiento de la estadística y los estudiantes en futuros profesores. En: A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA XVI (pp. 135 - 143). Jaén: SEIEM.

Arteaga, P., Batanero, C., Contreras, J.M. y Cañadas, G. (2016). Evaluación de errores en la construcción de gráficos estadísticos elementales por futuros profesores. RELIME. REVISTA LATINOAMERICANA DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, 19(1), 15-40.

Aymerich, C. y Masferrer, I. (2016). De la lògica a la probabilitat. En: ACTES DEL II CONGRÉS CATALÀ DE MATEMÀTIQUES. BARCELONA: FEDERACIÓ D'ENTITATS PER A L'ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES DE CATALUNYA.

Batanero, C. y Godino, J. D. (2004). VI. Estocástica: estadística y probabilidad. En J.D. Godino (coord.), DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS PARA MAESTROS (pp. 405-455). Departamento de Didáctica de las Matemáticas: Universidad de Granada. 2004.

Batanero, C., Gómez, E., Contreras, J.M. y Díaz, C. (2015). Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: Un estudio exploratorio. PRÁXIS EDUCATIVA 10(1), 1-24.

Estrada, A., Batanero, C. y Fortuny, J.M<sup>a</sup>. (2006). Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado. TARBIYA: REVISTA DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EDUCATIVA, 38, 79-90.

Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. (1987). AZAR Y PROBABILIDAD. FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y PROPUESTAS CURRICULARES. Madrid: Editorial Síntesis.

Gómez, E., Batanero, C. y Contreras, J.M. (2013). Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. BOLEMA, 28, n° 48, 209-229.

NCTM (2003). PRINCIPIOS Y ESTÁNDARES PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Sevilla: SAEM Thales.

Vásquez, C. (2014). EVALUACIÓN DE LOS CONOCIMIENTOS DIDÁCTICO-MATEMÁTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD DE LOS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN ACTIVO. Tesis Doctoral, Universidad de Girona, España. 2014.

Vásquez, C. (2016). Bolas, fichas, monedas, ... ¿Cómo podemos ir introduciendo la probabilidad en primaria? AULA DE INNOVACIÓN EDUCATIVA, 251, 23-27.

Vásquez, C. y Alsina, Á. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *AVANCES DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 7, 27-48.

Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017). Surgimiento del Lenguaje Probabilístico. Un Estudio de Caso en el Aula de Educación Primaria. *BOLEMA*, 31, n° 57, 454-478.