

**ESTRATEGIA PARA LA COMPRENSIÓN DE LOS OBJETOS GEOMÉTRICOS,
EN LA CARRERA DE EDUCACIÓN, MENCIÓN MATEMÁTICA**

LA COMPRENSIÓN DE LOS OBJETOS GEOMÉTRICOS

AUTORES:

Elizabeth Rincón Santana¹Nancy Montes de Oca Recio²Cila Mola Reyes³Dirección para correspondencia: te10elirisa@gmail.com

RESUMEN

Hoy se reconoce como una problemática educativa, las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de los objetos geométricos; generalmente porque no logran establecer relaciones entre sus elementos, además de presentar dificultades en la realización de argumentaciones y sobre todo en la aplicación de los contenidos geométricos en situaciones y problemas matemáticos, así como de su diario vivir. El propósito del presente artículo es presentar una estrategia didáctica para favorecer la comprensión de los objetos geométricos, a partir de una concepción didáctica del proceso docente educativo con un enfoque comunicativo.

PALABRAS CLAVE: comprensión; objetos geométricos; matemática.

**STRATEGY FOR THE UNDERSTANDING OF THE GEOMETRIC OBJECTS, IN
THE CAREER OF EDUCATION, MATHEMATICAL MENTION.**

ABSTRACT

Today it is recognized, as an educational problem, the difficulties that the students present in the understanding of geometric objects; generally, because they are not able to establish relationships among their elements, besides presenting difficulties in arguing and mainly in the application of the geometric contents to situations and mathematical problems, as well as to daily life. The

¹ Master en Ciencias de la Educación. Universidad Autónoma de Santo Domingo, República Dominicana. E-mail: te10elirisa@gmail.com.

² Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte y Loynaz. Cuba. E-mail: nancy.montes@reduc.edu.cu.

³ Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte y Loynaz. Cuba. E-mail: cila.mola@reduc.edu.cu.

purpose of this article is to present a didactic strategy to favor the understanding of the geometric objects, based on a didactic conception of the teaching and learning view a communicative approach.

Keywords: understanding, geometric objects, mathematic.

INTRODUCCIÓN

Los cambios tecnológicos y sociales ocurridos en las últimas décadas demandan de una nueva manera de proceder en las aulas. Este nuevo escenario exige que se produzcan modificaciones en la forma de enseñanza de universidades dominicanas y del mundo, encaminadas a garantizar la formación de un profesional competitivo, comprometido con el desarrollo social y con posibilidades de insertarse en el mundo del trabajo, la ciencia y la tecnología; lo cual significa garantizar un egresado con una sólida formación, capaz de autosuperarse, comunicarse, generar ideas y resolver los problemas científicos y sociales de su profesión.

En la actualidad, se reconoce la importancia del desarrollo de la comprensión para los seres humanos en sentido general y para los profesionales en particular, si se tiene en cuenta que en la vida y la profesión se presentan situaciones que permanentemente exigen ser comprendidas para asumir determinadas pautas de actuación. Se precisa de un profesional capaz de conducirse en diversas situaciones comunicativas originadas de su perfil laboral; lo cual requiere del desarrollo de habilidades que logren conjugar la capacidad de comprensión con el lenguaje de la ciencia.

En lo específico la comprensión en matemática es una manifestación de la importancia atribuida a este proceso para el desarrollo cultural del hombre, ella se manifiesta en distintos momentos de su proceso docente educativo, como por ejemplo en la formación de conceptos, el control del aprendizaje, la resolución individual de una tarea, etc. Sin embargo, en estos momentos no siempre se logra formar un maestro que comprenda a plenitud el sistema de conocimientos de la Matemática y que sea capaz de utilizarlos conscientemente en la profesión y generar conocimientos.

Por ejemplo en lo específico de la Geometría, se identifican deficiencias para lograr que los alumnos comprendan y dominen la literatura básica, la mayoría no es capaz de interpretar los objetos geométricos en sus variadas formas de representación o de utilizar la terminología matemática con precisión, para comunicar razonamientos y resultados, todo lo cual dificulta la utilización del conocimiento geométrico en la resolución de ejercicios y problemas, manifestándose una fuerte tendencia a memorizar, en vez de comprender y de hacer generalizaciones.

Estas insuficiencias en la mayoría de las ocasiones se relaciona la forma de dirigir el proceso docente educativo de la Geometría, al no ponderar el papel de la comunicación, las interacciones sociales; el trabajo individual y colectivo

para el desarrollo de la comprensión de sus objetos. Se ha comprobado que en la práctica pedagógica no siempre se intenciona el desarrollo de los procesos que se manifiestan en ésta, ni se ofrecen procedimientos para hacer más eficaz el proceso de análisis y construcción del texto matemático.

Todo ello se manifiesta en el proceso docente educativo de esta asignatura en la carrera de Educación, al reconocerse el abuso del formalismo, la algoritmización de los procesos que poseen un marcado carácter heurístico, el pobre tratamiento didáctico de las diferentes representaciones que puede tener un mismo objeto geométrico; los automatismos al resolver ejercicios y la falta de intencionalidad de las vías para articular el discurso matemático y verbalizarlo (deducción, explicación, argumentación, etc.).

Todo lo anterior hace inferir que se requiere de una orientación didáctica-comunicativa del proceso docente educativo de la Geometría, desde una perspectiva integradora y coherente que responda a las necesidades particulares de la comprensión de sus objetos desde la posición del aprendizaje del alumno, que garantice una mayor implicación en el proceso de apropiación y aplicación del conocimiento por parte de éste.

Por todo lo argumentado, el objetivo del presente trabajo, estuvo encaminado a diseñar una estrategia didáctica sustentada en un modelo didáctico-comunicativo para la comprensión de los objetos geométricos en la carrera de Educación, mención Matemática, a partir de una lógica integradora que tuviera en cuenta la relación dialéctica entre la lengua común y el lenguaje geométrico con énfasis en los procesos de significación y representación adecuados al contexto matemático, comunicativo y educativo.

DESARROLLO

En la búsqueda de soluciones a las dificultades que presentan los estudiantes de la carrera de Educación, mención Matemática para comprender los objetos geométricos, se diseña una estrategia que toma como referentes base en la modelación teórica los siguientes planteamientos:

El *enfoque histórico cultural de Vigotsky* (1979), especialmente:

- La relación entre pensamiento y lenguaje; donde el lenguaje es un fenómeno social e histórico, que revela la unidad de lo afectivo y lo cognitivo, el carácter activo de la conciencia y la relación de la enseñanza y el desarrollo. El uso de los recursos en la enseñanza de la Geometría como herramienta mediadora de la comprensión de sus objetos, donde el rol de mediador es ejecutado por instrumentos y signos, los cuales no simplemente facilitan la actividad; sino que definen y dan forma a procesos internos donde se manifiesta el carácter mediatizado de la psiquis humana.
- Es también de vital importancia los procesos de internalización, ya que los procesos de aprendizaje se inician y van conformando los procesos de desarrollo. En este sentido, cuando el estudiante es capaz de utilizar el

lenguaje para fundamentar, explicar y argumentar sus interacciones con el medio social se enriquecen y se van haciendo cada vez más complejas.

Desde la lingüística:

El enfoque cognitivo, comunicativo y sociocultural de Roméu (2011).

- El cual permite analizar los procesos educativos como procesos de comunicación, los que trascienden todos los espacios y contextos de comunicación social humana.
- La concepción del lenguaje como medio esencial de cognición y comunicación humana y de desarrollo personalógico y sociocultural del individuo
- El papel activo del estudiante en la comprensión del contenido, capaces de reconocer sus progresos y limitaciones, sus fortalezas y debilidades, así como el repertorio de estrategias requeridas para lograr y mejorar la comprensión.

A partir de este enfoque se expresan, aquellas ideas que se derivan, en el caso específico, para el tratamiento de la comprensión de los objetos geométricos:

- Se asume que el lenguaje matemático es una herramienta útil para la comunicación, el cual se enseña y se utiliza en diferentes contextos, enfatizándose en su uso en los ambientes propios del estudiante, donde los procesos de significación y representación juegan un papel fundamental.
- Se explicitan las relaciones entre el lenguaje geométrico y el común, entre el razonamiento geométrico y el razonamiento informal, las conexiones entre las experiencias individuales y el contenido de la Geometría.
- Se organizan los contenidos de la Geometría, priorizando los procesos de análisis y construcción de significados mediante la realización de situaciones didácticas matemático-comunicativas, mediante los cuales los estudiantes deban pensar en los significados de los objetos geométricos y sus relaciones, describan y expliquen la funcionalidad de los mismos, teniendo en cuenta el contexto donde se producen y la intención comunicativa.
- Se debe propiciar el desarrollo de estrategias de análisis y metacognitivas que permitan la identificación de lo que no ha sido comprendido, la búsqueda de los modos de resolverlo y la revisión del grado de comprensión alcanzado de acuerdo con la meta propuesta (autocontrol).

Desde la Didáctica de la Matemática:

La teoría de las representaciones semióticas de Duval (2006):

- A partir de la cual las representaciones semióticas son un medio del cual dispone el estudiante para exteriorizar sus representaciones mentales; es

decir, para hacerlas accesibles a los demás. Además de sus funciones de comunicación, mediante el trabajo con las representaciones semióticas los estudiantes asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas.

A partir de ésta se contextualiza que:

- Es preciso acceder a los objetos geométricos dentro de un sistema semiótico, aunque sea rudimentario, pues estos no son objetos reales. De ahí la necesidad de describir y aprender cómo funcionan ciertos sistemas de representación.
- La posibilidad de efectuar tratamientos (operaciones, cálculos, modelación) sobre los objetos geométricos que dependen directamente del sistema de representación semiótico utilizado.

Las concepciones de Blanco (1999) acerca de la relación símbolo-objeto:

- En cuanto al rol que ocupa la relación símbolo-objeto para la comprensión de los objetos geométricos, la cual se lleva a cabo a través de los registros de representación semiótica y se consolida a través de la identificación y representación del objeto en diferentes representaciones semióticas. En el caso concreto que ocupa, la distinción entre un objeto y su representación es un punto estratégico para la comprensión de los objetos geométricos.

Los presupuestos de Yordi (2003):

- Sobre la necesidad de la comprensión de los objetos geométricos para poder resolver ejercicios y problemas contextualizados en la carrera de Educación y la relación entre la resolución de ejercicios y problemas de la Geometría con las acciones de analizar, generalizar, relacionar, interpretar, argumentar, entre otras.

La teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1997):

- A partir de la cual se tiene en cuenta el marco o contexto donde se dan las interacciones estudiante-docente y estudiante-estudiante y de éstos con el contenido.

En el marco de estos referentes teóricos se asume, que la comprensión de los objetos geométricos es un: proceso interactivo, que se caracteriza por un modo de razonamiento geométrico (inductivo-deductivo) que permite analizar los objetos geométricos, significar en ellos lo esencial, establecer nexos y argumentarlos en la medida que se utilizan diferentes registros de representación en diversas situaciones, para dar solución a los problemas planteados.

El razonamiento geométrico implica representar, generalizar, así como formalizar. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en

el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para comprender y comunicar el pensamiento geométrico.

Para favorecer la comprensión de los objetos geométricos es necesario tener en cuenta el papel de la recodificación semiótica del nexo símbolo-objeto y el carácter esencial de la actividad práctica con herramientas semióticas para la conceptualización; desde donde se reconoce que el sujeto consolida el nexo símbolo-objeto e independiza el objeto de su representación semiótica cuando es capaz de representar el mismo objeto en diferentes registros de representación semiótica (registro literal, geométrico, gráfico, icónico, etc.) y hacer transferencias entre los diferentes registros de representación semiótica.

También es importante la inclusión de formas de trabajo colectiva que propicien la interacción protagónica alumno-alumno para el análisis de los contenidos de un tema; de manera que los estudiantes extraigan las ideas esenciales y las complementen; las que, a su vez, les sirven para deducir nuevos conocimientos para aplicar a otras situaciones en la vida.

Modelo didáctico-comunicativo para la comprensión de los objetos geométricos.

Las representaciones semióticas en matemática son aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje común, fórmulas geométricas, gráficos, figuras geométricas, etc.) que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias reglas y significancia. En este contexto se reconocen tres tipos de registros de representaciones semióticas; registro de la lengua común, registro gráfico y geométrico.

De ellos, la lengua común es el interpretante de todos los registros semióticos dados. Así se reconoce que entre los diferentes registros semióticos y la lengua común se da una relación dialéctica. La naturaleza de la lengua, su función representativa, su poder dinámico, hacen de ella la gran matriz semiótica, la estructura modeladora de la que los restantes registros de representación semiótica reproducen los rasgos y modos de acción y por ende de los registros geométricos y gráfico en el caso que nos ocupa. Su privilegio consiste en portar al mismo tiempo la significancia de los signos y de la enunciación. Es entonces, donde se origina la relación, a partir de la cual, la lengua común engloba los otros sistemas de representación.

En otras palabras, la comprensión de los objetos geométricos no puede darse independientemente de la comprensión de la lengua común, aunque ambas presentan características que las distinguen, teniendo en cuenta las especificidades de los objetos geométricos y sus representaciones. Al mismo tiempo, el desarrollo de la comprensión de la Geometría permite que el estudiante desarrolle la comprensión en sentido general.

Es decir, ambos polos se niegan y se complementan desde donde el aprendizaje se concibe como un proceso de gestión de la comprensión, interactivo y desarrollador, donde el alumno reflexiona, analiza, escucha, dialoga y discute ideas en un marco de socialización y de cooperación y además se articulan

procesos cognitivos y metacognitivos, el dominio de estructuras discursivas y la actuación sociocultural.

El modelo didáctico-comunicativo para la comprensión de los objetos geométricos, presentado en esta propuesta, fundamentado con todo lo anteriormente expresado, a través de la contradicción entre el carácter particular del lenguaje geométrico y el carácter general de la lengua común, el cual tiene como centro al estudiante en su interacción con el contenido, con el profesor y con su grupo a través de actividades de aprendizaje y está conformado por tres subsistemas: *orientación comunicativa, procedimental-metacognitiva y afectiva de los objetivos; las situaciones didácticas matemático-comunicativas y la orientación de la evaluación del desempeño en la comprensión del objeto geométrico.*

El componente intencional del desarrollo de la comprensión se concreta en el subsistema orientación comunicativa, procedimental metacognitiva y afectiva de los objetivos; tiene como función lograr la orientación formativa hacia la comprensión de los objetos geométrico. Se manifiesta en la posibilidad de reconocer y movilizar recursos individuales necesarios para la comprensión; a partir de identificar debilidades y fortalezas, reconocer las estrategias y recursos que posee a partir del vínculo afectivo y del papel que jueguen las vivencias en el funcionamiento de la motivación para comprender.

De ahí que el docente tiene la responsabilidad de orientar los objetivos hacia el contenido, condiciones y los procesos cognitivos relacionados con la comprensión. Debe hacer énfasis en la necesidad de reconocer las posibilidades objetivas que se expresan en el nivel alcanzado en la comprensión y las necesidades subjetivas que se expresan en las demandas requeridas para que el estudiante asuma una actitud que lo movilice a comprometerse y participar en la planificación y control de sus resultados a través de la toma de decisiones en el planteamiento de sus objetivos de aprendizaje.

Esta orientación de las necesidades y motivos para comprender puede expresarse con una polaridad positiva, contradictoria o conflictiva, teniendo en cuenta las formas en que el estudiante experimenta el desenvolvimiento de su funcionamiento motivacional en el proceso de comprensión, sus valoraciones afectivas, indicando las metas a lograr en lo referido a su motivación para comprender.

En este sentido, los objetivos deben expresar:

- La función orientadora del proceso de comprensión y su relación con el aprendizaje y la comunicación,
- La función movilizadora para generar expectativas positivas en los alumnos sobre el papel central de los objetos geométrico y el razonamiento geométrico en las actividades de enseñanza y aprendizaje.
- La función de dirección al expresar el logro de los estudiantes en el desempeño de la comprensión de los objetos geométricos, lo cual le

proporciona al alumno los elementos indispensables para orientar sus actividades de autovaloración y de autoevaluación.

El subsistema situaciones didácticas matemático-comunicativas concreta la actividad de aprendizaje del alumno y la consolidación del nexo símbolo-objeto geométrico. Tiene como función lograr la significación del objeto geométrico, el desarrollo del razonamiento geométrico y la transferencia de los conocimientos de la Geometría a diversas situaciones a partir de la concientización de las condiciones particulares y la utilización de los recursos personales en un contexto comunicativo.

Las situaciones didácticas matemático-comunicativas constituyen el marco o contexto donde se dan las interacciones e interrelaciones estudiante-docente, estudiante-contenido y estudiante-estudiante en el proceso docente educativo de la Geometría. Ellas constituyen escenarios de aprendizaje que deben tener en cuenta el contexto, la funcionalidad de los contenidos de la Geometría y las interacciones, para que, con el uso de diferentes métodos, se alcancen los objetivos de aprendizaje.

A partir de éstas, la comprensión del objeto geométrico se desarrolla desde la interpretación particular y contextual que los estudiantes hacen de la situación a partir de sus creencias, intuiciones, experiencias, vivencias, saberes, en una estrecha relación con el grupo, lo que posibilita sucesivas reinterpretaciones de la relación con el objeto geométrico. Por lo que en sus objetivos se deben tener en cuenta: lo motivacional, lo actitudinal, lo emocional, lo metacognitivo y el conocimiento procedimental.

Por otra parte, deben permitir organizar los contenidos de la Geometría en atención a los procesos cognitivos que intervienen en la comprensión, deben estar organizadas de manera tal que el alumno interactúe con recursos que le ofrezcan información sobre su producción, para que pueda juzgar por sí mismo los resultados de su acción y tenga la posibilidad de establecer relaciones entre sus elecciones y los resultados que obtiene.

En este sentido, el proceso docente educativo debe conformar un entorno de comunicación donde el lenguaje geométrico se convierta en vehículo e instrumento de relación individual y social en un contexto comunicativo, lo cual posibilita la identificación de las vías necesarias para utilizarlo como medio de expresión con la diversidad y variabilidad comunicativa que le son inherentes.

En este particular, los ejercicios y problemas que conformen las situaciones didácticas matemático-comunicativas, deben orientarse a que el estudiante determine palabras, términos y símbolos, para asignarle el significado según el registro y contexto en que se encuentra; determine palabras e ideas claves, entendidas como aquellas que constituyen elementos esenciales en el mensaje y asignarles significado; determine los diferentes significados de las palabras en el uso cotidiano y en los objetos geométrico.

Teniendo en cuenta lo anterior, es esencial considerar la riqueza del lenguaje geométrico con fines didácticos en el proceso docente educativo (en las discusiones, conversaciones, evaluaciones, etc.) y en los materiales didácticos (libros de texto, guías de aprendizaje, compendios de problemas, etc.), prestarle atención a su uso en correspondencia con cada acto comunicativo que se desarrolla en el aula o fuera de ella e intencionar la comparación entre el lenguaje común y el algebraico, lo cual permite, por una parte, ampliar la mirada y entender la naturaleza del primero y por otra, aportar ideas sobre los principios que lo rigen y de esta forma llegar a conocerlo mejor.

Para la concepción de las situaciones didácticas matemático-comunicativas en lo específico del aprendizaje de la Geometría la conversión de las representaciones de sus objetos, la explicación argumentativa, la reinterpretación-elicitación del objeto geométrico y la contextualización del objeto geométrico.

La conversión de las representaciones de los objetos geométricos, es el proceso dirigido a la recodificación semiótica del objeto geométrico; es decir, a la transformación de la representación de un objeto que está en un registro en una representación del mismo objeto en el mismo registro o en otro, ya que en la medida en que el estudiante conozca y sepa usar distintos tipos de representaciones, podrá realizar un análisis más profundo del objeto y disponer de un mayor número de herramientas matemáticas para resolver un problema o ejercicio, pudiendo valorar y escoger las menos complejas.

A través del proceso de conversión de las representaciones debe lograrse el significado del objeto geométrico, ya que la complejidad del significado de los objetos matemáticos está dada, entre otros factores, por la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática y la diferencia que existe entre la representación del objeto y el objeto matemático en sí mismo.

Por su parte la explicación argumentativa es el proceso encaminado a lograr el análisis y establecimiento de los nexos entre los objetos geométricos mediante la argumentación matemática, se manifiesta cuando el estudiante es capaz de aplicar el razonamiento geométrico a partir del establecimiento de nexos y relaciones entre conocimientos previos y los nuevos, para desarrollar nuevas estrategias y para enfrentarse a resolver situaciones nuevas. Además, si puede formular y comunicar en forma precisa sus reflexiones con respecto a sus interpretaciones, discusiones, resultados y a la pertinencia de éstas respecto a las situaciones originales.

Este tipo de argumentación surge en las clases de Geometría cuando se les da a los estudiantes la oportunidad de trabajar en la reproducción del objeto con pautas determinadas, cuando el estudiante al trabajar con modelos debe describirlo oralmente. También, cuando se aborda un problema en pequeños grupos, se discute en la clase y el docente dirige un debate para identificar diferentes líneas de pensamiento o corregir los errores y los invita a evaluarlas

con el fin de llegar a un resultado con el que todos estén de acuerdo, a partir de las generalizaciones de patrones y relaciones utilizando símbolos.

A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento geométrico, especialmente en los conceptos básicos de la Geometría, los polígonos, las transformaciones.

Lo expresado tiene que ver con: formular hipótesis, efectuar comparaciones, hacer conjeturas y predicciones, valorar los pasos utilizados y emprender nuevos caminos de ser necesarios, abstraer relaciones a partir de las características de los objetos y llevar un registro mental de las deducciones derivadas mientras resuelve el problema, interpretar los resultados obtenidos identificando las limitaciones que corresponda.

A su vez, la reinterpretación-elicitación del objeto geométrico, es el proceso orientado a modificar las preconcepciones durante el desarrollo de la comprensión y sustituirlas por concepciones aceptadas por la comunidad científica. La reinterpretación del objeto geométrico en sentido amplio significa poder identificar tanto la situación particular que el mismo representa, como su carácter generalizado. Esta se pone de manifiesto cuando el estudiante, a partir de la actividad matemática que realiza, compara la información que obtiene de cada forma de representación del objeto geométrico y su funcionalidad en las diferentes situaciones; reconoce los errores y adopta medidas para su eliminación o atenuación de los efectos, reconstruyendo sus estrategias en caso necesario.

En la reinterpretación-elicitación del objeto geométrico, se propicia la interacción del estudiante (maestro en formación) con situaciones y condiciones que estimulen las vivencias positivas que potencien la reconfiguración de nuevos significados, afectivos, cognitivos y valorativos. Por ello debe ocupar la atención del profesor la ayuda al alumno en la realización de reflexiones metacognitivas individuales, que le permitan evaluar sus logros e insuficiencias, especialmente poder realizar autovaloraciones sobre la preparación que ha alcanzado para resolver los ejercicios y problemas.

La actividad de reinterpretación-elicitación del objeto geométrico, al estar mediada por procedimientos en los que son consideradas las experiencias de los estudiantes para llevar a cabo su aprendizaje, se hace necesario que estos sean revisados y evaluados de forma sistemática con el fin de fortalecer su autovaloración sobre qué hace, cómo lo hace y por qué lo hace. Además, debe prestar atención a la realización de autovaloraciones sobre la preparación que ha alcanzado el estudiante y establecer nuevas metas dirigidas al trabajo correctivo o a elevar los niveles de profundidad en el contenido.

Por último, la contextualización de los objetos geométricos, es el proceso dirigido a lograr la aplicación del contenido geométrico en un contexto comunicativo y didáctico; tiene como función la utilización del objeto geométrico para la modelización. Expresa el dominio a través del tiempo de

aquella parte de la información (conocimientos, habilidades y procesos cognitivos en constante desarrollo), para la resolución de ejercicios y problemas de la Geometría y la transferencia a nuevos campos del saber.

En este sentido es necesario trabajar por la coherencia argumentativa del contenido geométrico, que posibilita al estudiante realizar interpretaciones de mayor grado de síntesis y concreción sobre el contenido estudiado y por ende obtener conclusiones más reveladoras, profundas y de mayor contenido esencial. Esta se manifiesta cuando el estudiante elige entre diferentes opciones de explicaciones y razones, los criterios que le permitan evaluar como más adecuada la opción adoptada.

En resumen los aspectos tratados en el subsistema, permiten con posterioridad diseñar situaciones didácticas matemático-comunicativas de significación, formulación, confrontación, validación y aplicación, las cuales representan, en el orden metodológico, las actividades de aprendizaje, que se sustentan en la contradicción entre el carácter particular del lenguaje geométrico y el carácter general de la lengua común, así como en la caracterización de la comprensión de los objetos geométricos ofrecida.

El subsistema cultura valorativa del desempeño en la comprensión del objeto geométrico concreta la orientación de la evaluación y tiene como función el desarrollo de una cultura valorativa del desempeño en la comprensión del objeto geométrico que se manifiesta cuando el estudiante es capaz de reconocer su progreso, sus fortalezas y debilidades, los logros y las dificultades; si puede analizar de forma crítica y reflexiva sobre los procedimientos matemáticos realizados de manera individual o grupal para elaborar juicios y criterios personales.

Para lograrlo se debe dar mayor participación al estudiante en los procesos evaluativos, no sólo como evaluado, sino como evaluador de su proceso de comprensión y del de sus compañeros; lo cual, sin dudas, potenciará la función formativa de la evaluación.

A continuación, se muestra la estrategia didáctica que bajo estos presupuestos fue contextualizada en el programa de la asignatura Geometría y Trigonometría I de la carrera de Educación, mención Matemática.

Estrategia didáctica.

Objetivo general: Contribuir a desarrollar la comprensión de los objetos geométricos en los estudiantes de la carrera de Educación, mención Matemática.

Premisas de la estrategia

- Disposición favorable de los docentes hacia el reconocimiento de la necesidad de lograr la autonomía del estudiante y propiciar el sistema de influencias estratégicas que la dinamizan en función de las demandas del proceso de comprensión de los objetos geométricos.

- Atenuar la resistencia al cambio de los docentes y el desarrollo de la flexibilidad como cualidad esencial para comprender la estrategia que se presenta.
- Preparación metodológica de los docentes.
- Crear en los estudiantes un clima favorable que propicie su protagonismo en la propuesta presentada, así como, una actitud a favor de su transformación.

Etapas de la estrategia

La estrategia consta de cuatro etapas: diagnóstico; planificación; ejecución y evaluación.

1.- Diagnóstico.

Objetivo: Caracterizar las condiciones y potencialidades de los alumnos relacionadas con el desarrollo la comprensión del objeto geométrico.

Acciones:

- Selección y/o elaboración de instrumentos.
- Aplicación de los instrumentos seleccionados a los implicados.
- Análisis de los principales resultados obtenidos teniendo en cuenta los criterios valorativos de cada nivel expresados en el modelo.

Para ofrecer criterios acerca del desarrollo de la comprensión de los objetos geométricos se deben tener en cuenta los indicadores y niveles fundamentados, lo cual permite evaluar el desempeño de la comprensión alcanzado por los alumnos con relación al contenido de la Geometría.

Se recomienda que se discuta individualmente con los alumnos los resultados del diagnóstico, para hacerlos conscientes de sus errores y aprovecharlos en el propio proceso de aprendizaje, mostrándoles cómo utilizar sus potencialidades de manera que les permitan superarse.

2.- Planificación.

Objetivo: Planificar las actividades docentes a partir de la presentación y utilización de las situaciones didácticas matemático-comunicativas, su vínculo con el contenido y la evaluación.

Acciones:

- Determinar los objetivos de las situaciones didácticas matemático-comunicativas.

El objetivo debe ser expresado en términos de aprendizaje, declarando en ellos la orientación comunicativa, procedimental-metacognitiva y afectiva de los mismos a partir de lo declarado en el modelo; éstos a su vez deben estar en correspondencia con la evaluación que es la que en última instancia indicará el camino a seguir tanto por el profesor como por los estudiantes.

- Diseño de situaciones didácticas matemático-comunicativas para la comprensión de los objetos geométricos, que induzcan la confrontación de criterios, el intercambio, el diálogo entre los estudiantes.

Para la elaboración de las situaciones didácticas matemático-comunicativas se tuvieron en cuenta los aspectos declarados en el modelo y el sistema de habilidades declaradas en el programa de la asignatura Geometría y Trigonometría I. En la investigación se concibió una tipología de situaciones didácticas matemático-comunicativas en virtud de las funciones y las relaciones expresadas en el modelo. A continuación, se explican sus requerimientos y exigencias para que desde el punto de vista operativo cumplan su función en la estrategia:

Situaciones didácticas matemático-comunicativas de significación, constituyen el escenario comunicativo que permite que los estudiantes puedan hacer explícito los significados de términos y símbolos geométricos según el tratamiento que se realiza desde diversas fuentes bibliográficas y la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática. Son las movilizadoras del proceso, permiten el logro de la motivación y orientación formativa en la comprensión de los objetos geométricos y crear las condiciones necesarias para ello.

Dichas situaciones tienen como objetivos:

- Identificar los conocimientos necesarios y recursos estratégicos diversos que deben garantizar la comprensión del contenido.
- Reconocer las diferencias de representación semiótica: tipo de lenguaje (verbal, conjuntista, numérico, algebraico, geométrico, tabula y analítico) y contexto.
- Convertir la representación de un objeto matemático de un sistema semiótico a otro sistema, en caso necesario.
- Buscar el significado de los objetos matemáticos que intervienen en la situación.

Situaciones didácticas matemático-comunicativas de formulación, confrontación y validación, constituyen el escenario comunicativo que permite elaborar conjeturas, compararlas en búsqueda de coherencia, establecer grosso modo la secuencia de argumentaciones encontradas y expresar puntos de vista para justificar o refutar una opinión. Deben hacer transitar al estudiante por el proceso de comprensión, combinan la reflexión y el esfuerzo mental de cada estudiante con la interacción estudiante-estudiante, estudiante-docente, estudiante-grupo, donde se produzca la comprensión de los objetos geométricos.

Dichas situaciones tienen como objetivos:

- Implicarse contextualmente en la situación que se requiere argumentar matemáticamente.

- Utilizar el lenguaje matemático en la explicación argumentativa.
- Verificar o refutar la proposición a argumentar, establecer conexiones y reconocer las relaciones, similitudes y/o diferencias dadas por las estrategias personales en el razonamiento geométrico.
- Propiciar la contrastación de opiniones y la polémica a través del diálogo para reflexionar sobre los argumentos matemáticos formulados.

Situaciones didácticas matemático-comunicativas de aplicación, constituyen el escenario comunicativo que permite la aplicación de los conocimientos adquiridos para buscar alternativas a la solución de problemas y ejercicios de la Geometría y la utilización del lenguaje matemático como medio de comunicación. Además, deben permitir que el estudiante exprese las estrategias individuales asumidas en la ejecución; de manera que se pueda apreciar a través del nivel de comprensión alcanzado el estado del conocimiento que acerca del tema tienen.

Dichas situaciones tienen como objetivos:

- Transferir los procesos utilizados (significar, formular, confrontar y validar enunciados) al proceso de resolución de ejercicios y problemas de aplicación.
- Reflexionar acerca de los modos de razonamiento necesarios para enfrentar exitosamente un ejercicio o problema matemático o de aplicación.

Las situaciones didácticas matemático-comunicativa elaboradas deben permitirle al estudiante gestionar el conocimiento, socializar resultados, contener un grupo de preguntas encaminadas a orientar al estudiante en la obtención del conocimiento o el estudio de aquellos conceptos esenciales, traducir expresiones geométricas al lenguaje común y viceversa, representar gráficamente situaciones expresadas en lenguaje geométrico, analizar y evaluar diferentes soluciones para un problema o situación, expresar los procesos por medio de los cuales llegó a una respuesta, etc. En sentido general es vital crear conflictos cognitivos y de necesidades.

Ellas deben favorecer el aprendizaje colaborativo y el trabajo grupal, las relaciones entre los estudiantes, por lo que se deben orientar y organizar de manera tal que el estudiante sienta la necesidad de agruparse para poder resolverlas, reforzando el papel educativo que tienen estas acciones en el desarrollo de la comprensión.

Una cuestión importante es que las situaciones didácticas matemático-comunicativas elaboradas deben ser presentadas de manera frecuente y periódica, con diferentes sistemas de conocimientos y deben ir de lo más simple a lo más complejo; atendiendo al grado de desarrollo alcanzado por los estudiantes. Ello requiere que el docente decida durante la etapa de planificación, si la situación didáctica matemático-comunicativa será la misma

para todos los estudiantes, para después confrontar los resultados, o si serán diferentes, para que se complementen cuando cada equipo expone sus resultados; además exige del dominio de las condiciones individuales de los estudiantes, pues así le permitirá orientarlos de manera más precisa hacia las operaciones donde radican las mayores dificultades.

En este sentido, el profesor debe proyectar y ejecutar acciones que tengan incidencia tanto en el diseño del entorno de formación desde la orientación del sistema de ayuda que facilite mayores niveles de precisión en su organización metodológica, así como en la dinámica y la evaluación a través de ellos (actividades conjuntas, intercambio y comunicación entre estudiantes y con otros), que permitan corroborar la transformación del desempeño del estudiante desde un proceso autoformativo.

Se requiere saber qué elementos en las situaciones didácticas matemático-comunicativas serían indicadores de comprensión; qué procedimientos heurísticos podrían acompañar a dichas situaciones; qué elementos discursivos servirían para explicarlas; cuáles reflexiones podrían hacerse sobre ellas; qué aspectos servirían para valorar el nivel de comprensión alcanzado por el estudiante.

Las estrategias deben apoyarse en los conocimientos previos de los alumnos, orientar la construcción de conocimientos a partir de materiales adecuados y ser factibles de desarrollarse en el tiempo planificado, con la cantidad de alumnos con que se cuenta y con la carga horaria destinada.

También es necesario saber cómo organizar las situaciones didácticas matemático-comunicativas de forma que tanto sus objetivos particulares como su integración y sistematización conduzcan al resultado esperado en cada alumno de acuerdo con el nivel alcanzado; en qué medida las tareas contribuyen a que los estudiantes revelen, inicialmente, sus ideas; y luego de interactuar con ellas las evalúen estableciendo conexiones o desarrollando nuevas ideas; qué preguntas servirían para realizar las correcciones pertinentes a la o las estrategias planificadas; teniendo en cuenta la atención diferenciada de los alumnos. Además, se deben concebir actividades metodológicas para valorar el diseño, resultados logrados, en aras de perfeccionar las estrategias propuestas.

Estos elementos permiten al docente dar atención particular tanto al tratamiento de conceptos, como al desarrollo de habilidades específicas de la asignatura y a las de carácter general intelectual, posibilitando el desarrollo de estrategias metacomprendivas tales como: anotar ideas esenciales, clasificar y agrupar palabras siguiendo algún criterio de relación entre ellas, identificar datos claves, subrayar, formular preguntas, consultar más de una fuente para ampliar la información, analizar el tratamiento de la información en diferentes fuentes, completar la información del texto con los conocimientos ya conocidos, analizar las formulaciones abstractas (teorías e hipótesis), hacer resúmenes, mapas conceptuales, etc.

- Diseño de las tareas evaluativas

De acuerdo con lo planteado anteriormente se concibe la evaluación del desarrollo de la comprensión de los objetos geométricos, como el proceso continuo y sistemático, alineado con los objetivos y actividades de aprendizaje, que permite valorar el proceso en sí mismo, sus avances y retrocesos, lo cual a su vez significa evaluar en qué medida han intervenido en el logro de dichos resultados, los diferentes elementos dinámicos que lo han conformado.

De esta manera las tareas evaluativas que se diseñen deben estar estrechamente relacionadas con las situaciones didácticas matemático-comunicativas que requieran de la generalización y transferencia de los conocimientos y habilidades a una nueva situación. Por otra parte, se deben utilizar las tareas evaluativas como una vía para ejercer el control, para estimular la autoevaluación y el autocontrol, promover el trabajo independiente, así como el trazarse metas cada vez más altas. A través de estas deben orientarse los criterios específicos que permitan evaluar los cambios (vid. Infra).

3.- Ejecución

Objetivo: Materializar las acciones de la etapa de planificación y utilizar las situaciones didácticas matemático-comunicativas en el proceso docente educativo de la Geometría.

Acciones:

- Orientar y ejecutar las acciones de las situaciones didácticas matemático-comunicativa.
- Evaluar a través de las tareas evaluativas el desarrollo de la comprensión de los objetos geométricos.

En esta etapa interactúan directamente el profesor y los alumnos, los alumnos entre sí y todos estos con los procesos que acontecen en el entorno social a través de las situaciones didácticas matemático-comunicativas.

Primeramente, se debe prestar atención especial a la orientación motivacional formativa hacia el proceso de comprensión. Aquí se presenta la información (codificación perceptiva); momento del proceso destinado a propiciar la apertura y disponibilidad por aprender. En ese sentido la atención estará dirigida a que los estudiantes logren reconocer cuáles son los indicadores que garantizan la calidad de la ejecución que deben realizar de manera voluntaria y por consiguiente transformarse a sí mismos mientras aprenden.

El docente, para lograr esas aspiraciones debe sensibilizar a los estudiantes para el logro de una disposición positiva para la comprensión. Ello requiere que en la ejecución del proceso deba:

- Comentar los indicadores a los que deben remitirse como guía para el desarrollo efectivo de la situación didáctica matemático-comunicativa.

- Estimular a formular preguntas sobre la situación didáctica matemático-comunicativa propuesta.
- Esto le permitirá orientarlos de manera más precisa hacia las operaciones donde radican las mayores dificultades y garantizar que los estudiantes sean conscientes de las condiciones reales que poseen para actuar, cuáles son sus principales errores, etc.
- En la ejecución de la actividad, el profesor observará y controlará cómo transcurre este momento. En esta instancia se desarrollarán acciones metodológicas dirigidas a:
 - Facilitar distintos niveles de ayuda en correspondencia con la complejidad de la situación didáctica matemático-comunicativa.
 - Determinación de analogías y diferencias con otros problemas.
 - Que el estudiante exprese con sus palabras la secuencia seguida para resolver el problema propuesto en la situación.
 - Promover la cultura valorativa en la comprensión del objeto geométrico a través de las siguientes acciones:
 - La explicación y auto-explicación de los significados para reflexionar su consistencia y validez.
 - Incitar a los alumnos a valorar si la aplicación flexible e integrada de los procedimientos va facilitando la comprensión del objeto geométrico.
 - Analizar los errores comunes que cometen en el proceso de comprensión.

En esta valoración, es donde se incentiva al alumno a exponer sus propios criterios de comprensión; ello es, si considera que en la explicación fue utilizado correctamente el lenguaje geométrico, los pasos que resultaron más fáciles o más difíciles en el proceso de solución de la situación didáctica matemático-comunicativa, etc.

Se enfatizará en el empleo de argumentos correctos; además, debe propiciarse la participación de los estudiantes a los cuales se les exigirá de manera sistemática la valoración y autovaloración del trabajo realizado. Es fundamental que los docentes orienten a los estudiantes, en los casos necesarios a ponderar la corrección de los argumentos ofrecidos, reconocer aquellos supuestos no explicitados, e identificar y señalar posibles errores.

Además, serán utilizadas diferentes técnicas grupales, entre las que se destacan las que persiguen la discusión dirigida, los diálogos, el trabajo en equipo, etc. El uso de tales técnicas posee un gran valor si se considera que el desarrollo de las habilidades no puede estar al margen de sus relaciones con otros seres humanos. La discusión en colectivo, donde cada estudiante exprese su opinión o en caso contrario escuche a los demás, contribuye en lo específico, a un aprendizaje sólido y consciente. También debe intencionarse la

autorreflexión sobre el aprendizaje a través del autocontrol, control y valoración de lo realizado.

4.- Evaluación.

Objetivo: Valorar la marcha de la aplicación de la estrategia en cada una de las etapas y realizar las adecuaciones necesarias para su perfeccionamiento.

Acciones:

- Valorar la actividad de los estudiantes y sus resultados en relación con el desarrollo de la comprensión de los objetos geométricos.
- Valorar la utilización de las situaciones didácticas matemático-comunicativas.

La puesta en práctica de esta estrategia supone cambios en el proceso docente educativo de la Geometría para estudiantes de las carreras de Educación, mención Matemática, tanto en su estructura como en su funcionalidad.

CONCLUSIONES

La estrategia didáctica con enfoque comunicativo, anteriormente descrita, puede favorecer la comprensión de los objetos geométricos, dada la importancia que se asigna a los principales componentes del proceso docente educativo y se toma en cuenta que:

- Los objetivos integran aspectos cognitivos, instrumentales y comunicativos que emanan de su relación lógica entre los componentes cognitivos, volitivos, afectivos y las condiciones específicas de los alumnos y el contexto.
- A través de las situaciones didácticas matemático-comunicativas se va dando la dinámica del proceso de aprendizaje y el desarrollo de la comprensión del objeto geométrico a partir de la interpretación particular y contextual que los estudiantes hacen de la situación, de sus creencias, intuiciones, experiencias, vivencias, saberes, en una estrecha relación con el grupo que posibilita sucesivas reinterpretaciones de la relación con el objeto geométrico.
- Los métodos didácticos propician la comunicación, un aprendizaje intencional, reflexivo, consciente y autorregulado, regido por objetivos y metas propios, como resultado del vínculo entre lo afectivo y lo cognitivo, de las interacciones sociales y la comunicación. Facilitando las acciones bilaterales y grupales para propiciar el carácter dialógico e interactivo del proceso docente educativo de la Geometría.

BIBLIOGRAFÍA

- Blanco, R. (1999). La abstracción y el nexo símbolo – objeto. *Revista Reforma* No. 20. *Preparatoria* No. 3. Universidad Autónoma de Nuevo León, pp. 36 – 41.
- Brousseau, G. (1997). *Teoría de las Situaciones didácticas*. Didáctica de las matemáticas.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. México. *Investigaciones en Matemática Educativa II*, pp. 173-201. México Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La Habilidad para cambiar el registro de representación. España: *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9 (1), pp. 143-168.
- Roméu, A. (2011). El enfoque cognitivo, comunicativo y sociocultural de la enseñanza de la lengua: periodización y aportes. Tesis doctoral UCP “Enrique José Varona”.
- Vigotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psíquicos superiores*. Barcelona. Editorial Crítica.
- Yordi, I. (2003). Metodología para formar en los estudiantes de Ingeniería Eléctrica la habilidad de calcular en Álgebra Lineal con sentido amplio. Tesis doctoral. Universidad de Camagüey.

