

TAREAS PARA LA ESTIMULACIÓN DE LA COMPRENSIÓN Y REFLEXIÓN EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA CLASE DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

LA COMPRENSIÓN EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

AUTORES: Alexandre Gombiwa Alfredo¹Beatriz María San Juan Azze²DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: E-mail: agalfredo81@gmail.com

Fecha de recepción: 12 - 09 - 2015

Fecha de aceptación: 24 - 10 - 2015

RESUMEN

En el artículo se sintetizaron algunos resultados parciales de una investigación como parte de la formación doctoral de uno de sus autores. Se expuso cómo organizar un sistema de tareas para enseñar a resolver problemas en la clase de Didáctica de la Matemática. Las tareas parten de una organización lógica que asegura la estimulación de la comprensión y favorece la reflexión de forma individual y colectiva al concebir situaciones interactivas. Los ejemplos ilustran la importancia de tener en cuenta la correlación entre las asociaciones e inferencias, la comprensión y el aprendizaje.

PALABRAS CLAVE: sistema de tareas; estimulación de la comprensión; resolución de problemas matemáticos.

TASKS TO STIMULATE UNDERSTANDING AND REFLECTION ON TEACHING-LEARNING PROBLEM SOLVING IN THE CLASS OF MATHEMATICS EDUCATION

ABSTRACT

In the article some partial results of an investigation as part of the doctoral training of one of its authors are synthesized. Discussed how to organize a set of tasks to teach problem-solving in the class of Mathematics Education. The tasks are based on a logical organization that ensures stimulation promotes understanding and reflection individually and collectively to conceive interactive situations. The examples illustrate the importance of taking into account the correlation between associations and inferences, understanding and learning.

KEYWORDS: system tasks; stimulation of understanding; mathematical problem solving.

¹ Máster en Didáctica de la Educación Superior. Aspirante a Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor del Segundo Ciclo de la Enseñanza Secundaria de la Escuela 4 de Abril, Municipio de Caála, provincia de Huambo, Angola.

² Licenciada en Educación, especialidad Física y Astronomía, Profesora Auxiliar y Doctora en Ciencias Pedagógicas. Jefa de la carrera Matemática-Física en la Universidad de Ciencias Pedagógicas "José de la Luz y Caballero", Holguín. Cuba.

INTRODUCCIÓN

Angola desarrolla un conjunto de programas en aras de elevar y masificar la cultura, que ha provocado un significativo cambio y una verdadera revolución en la educación, por lo que como nunca, se necesitan profesionales competentes. Esto significa estar capacitado para alcanzar niveles superiores en el desempeño, y el cumplimiento eficiente de sus funciones y obligaciones.

La sociedad angolana actual requiere de profesores competentes, reflexivos, críticos e investigadores, que le permita estar preparados para intervenir en el aula eficazmente a través de sus interacciones de comunicación, así como en tornar significativos los instrumentos de trabajo pedagógico como el currículo, los contenidos de enseñanza y los métodos, entre otros.

El actual Modelo General del Profesional de la Educación del ISCED precisa importantes aspectos de la formación, tales como: los objetivos formativos, el rol, las funciones profesionales y las cualidades que en este se deben formar y desarrollar. Constituye el documento base del proceso de formación profesional del estudiante. Este modelo se encuentra en un proceso de permanente perfeccionamiento.

La formación inicial del profesional de la educación en el contexto angolano, debe potenciar modos de pensar y actuar en el futuro profesor de Matemática que le permitan estar preparados para enfrentar los retos que imponen las transformaciones que se llevan a cabo en el sector educacional en general y en la Educación Superior en particular. El cambio que se requiere implica que se produzcan transformaciones que propicien un desempeño profesional caracterizado por posibilitar el acceso de los educandos al contenido, que se sustente en la flexibilidad, la independencia, la proyección y la asunción de compromisos.

Todas las asignaturas del currículo de la carrera profesoral inciden en la preparación para ejercer la profesión. Sin embargo, la clase de Didáctica es el contexto ideal para “enseñar a enseñar”, a la vez, permite descubrir el modo en que se aprende. Por tales razones en esta signatura los contenidos de enseñanza-aprendizaje deben ligarse a secuencias de acciones o procedimientos dirigidos a alcanzar la meta establecida: *aprender a enseñar*. Por tanto, el profesional en formación debe familiarizarse con buenas prácticas de instrucción y educación para multiplicarlas posteriormente en el salón de clases.

Entre los contenidos fundamentales del currículo en la formación inicial juega un papel relevante la resolución de problemas matemáticos por su actualidad y repercusión en el orden formativo del futuro licenciado como profesor y en su competencia para conducir con éxito el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la escuela. La pertinencia de este enfoque se confirma en el hecho de que ha sido una temática recurrente de análisis y discusión en varios de los Congresos Internacionales de Educación Matemática efectuados en distintos países desde el pasado siglo.

El asunto de la resolución de problemas constituye uno de los aspectos trascendentales de la Matemática y de su enseñanza - aprendizaje, motivo por el cual en la clase de Didáctica de la Matemática se deben discutir los mejores métodos y procedimientos para la apropiación de los conocimientos y habilidades implicados en el complejo proceso.

DESARROLLO

La Didáctica de la Matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se concede gran importancia al estudio de aspectos relacionados con los métodos.

Resulta conveniente hacer referencia a los materiales y métodos empleados. Para construir la propuesta se realizó una revisión documental. Se tomó en consideración las ideas de Ballester (1992); Campistrous, L. y Rizo, C. (1995); Charnay, R. (1994); Cruz, M. (2002) y otros en relación a la resolución de problemas. A partir de estas ideas se consideró oportuno profundizar en la comprensión.

Es sugerente articular sistemas de tareas en torno a la resolución de un problema seleccionado y donde se perciba una lógica para guiar el análisis y la solución. Las tareas deben revelar la importancia que tiene para el maestro la exploración de las destrezas lingüísticas, dadas por la manera de desentrañar los significados, el descubrimiento de la diversidad de formas de expresar una misma idea y la posibilidad de desechar lo que no es importante. También las tareas deben propiciar la reflexión sobre el proceso de resolución y los errores cometidos, así es posible activar la capacidad metacognitiva.

El sistema de tareas debe planificarse después de concebir situaciones interactivas y de este modo aprovechar la inteligencia colectiva, las ventajas de la comunicación y la pertinencia de la Ley de la contigüidad en el acontecer de las asociaciones que se realizan en un ambiente de intercambios de conocimientos.

La modelación de sistemas de tareas es complejo y se considera una contribución práctica a la Didáctica siempre que se sustente en principios y modelos pensados en contextos muy específicos. En el caso de la enseñanza - aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos se ha concebido un principio de valor didáctico y psicológico y que atiende al carácter multifactorial del proceso: Principio de la atención a las implicaciones y relaciones de los procesos de la práctica educativa que convergen en la enseñanza - aprendizaje de la resolución de problemas.

El principio indica la necesidad de atender a procesos recurrentes como la comunicación, la estimulación de la comprensión, la reflexión y otros que se implican directamente en la enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas. Precisamente en el sistema de tareas se indica el modo de asegurar la comprensión desde el campo semántico en el análisis del texto científico del problema, cómo estimular la reflexión en situaciones interactivas para viabilizar

acciones como la identificación de las vías de solución, la realización de las operaciones matemáticas y el análisis de los resultados entre otras que conducen al fin propuesto.

Se exploró la pertinencia del sistema de tareas sobre la base de los resultados parciales de un pre experimento. En este fue inevitable la existencia de rasgos de invalidez interna al no existir grupo control, por ser único el tercer año de la carrera de Matemática en el contexto universitario. Por tal motivo este método se cruzó con un diseño longitudinal panel que permitió describir la evolución del fenómeno estudiado a corto y mediano plazo, de forma grupal e individual. Durante su aplicación los participantes elegidos fueron medidos u observados en varios tiempos o momentos y en diferentes contextos de actuación.

El diseño panel fue posible porque se mantuvieron con exactitud los mismos participantes para las mediciones u observaciones y se estudió una población específica que es relativamente estática.

Se eligió la siguiente hipótesis experimental: si en el contexto de situaciones interactivas dadas en las clases de Didáctica de la Matemática se logra en los profesionales en formación la apropiación de estrategias de solución de problemas y modos de actuación profesional dados por la manifestación de una adecuada planificación y seguimiento del proceso de solución de problemas, con énfasis en la comprensión – reflexión y una comunicación consecuente, entonces los estudiantes sabrán enseñar a resolver problemas.

Esta hipótesis condujo a la selección de variables e indicadores y a la construcción de una escala Likert que permitió valorar los resultados de las pruebas. Se realizó un análisis frontal de la desviación estándar (σ) por variables y en general, para la pre prueba y post prueba. Al respecto se notó que σ disminuye significativamente lo que indicó un mayor acercamiento grupal a un desarrollo medio después de aplicada la propuesta. La tabla 1 muestra el comportamiento grupal para la totalidad de los profesionales en formación del tercer año de la carrera de Matemática. Los métodos empleados evidenciaron avances significativos.

Tabla 1. Análisis frontal de la desviación estándar por variables independientes. Evolución de pre prueba a pos prueba.

Variables independientes	Pre prueba			Pos prueba		
	Valor máximo posible	Valor medio en pre prueba $\mu(v_i)$	σ en pre prueba	Valor máximo posible	Valor medio en post prueba $\mu(v_i)$	σ en post prueba
Variable I	12	6,5	3.4832	12	10.4375	1.5903
Variable II	14	7,1875	2.8336	14	10.9375	1.8427
Suma	26	13,6875	5.9410	26	21,375	2.4740

Sobre las bases de los métodos empleados se construye la nueva propuesta. Al respecto, resulta necesario partir de las asociaciones significativas y su relación con el aprendizaje. La asociación en el aprendizaje permite adquirir y retener hechos de información, valiéndose de las tramas asociativas. Estas son los medios por los cuales retenemos, recordamos y reconocemos las experiencias, de tal forma que una experiencia presente sirve de estímulo para revivir en la consciencia una experiencia pasada.

Las relaciones de asociación o asociaciones generalizadas³ activan el pensamiento, dentro de estas se conocen las siguientes:

- Asociaciones semivariantes
- Asociaciones variantes abstractas
- Asociaciones variantes concretas

En el acto de resolución de problemas las asociaciones se manifiestan de diferentes formas y modifican las representaciones de la realidad. Si además se realiza el trabajo en colectivo, tiene lugar la Ley de la contigüidad, descrita en el marco de la Psicología del aprendizaje. Esta ley denominada también de la proximidad, expresa que las experiencias que tienen lugar en forma conjunta, en una relación de tiempo y espacio se evocan o recuerdan mutuamente.

La ley referida es importante en la enseñanza significativa por lo que el maestro debe tratar de combinar toda experiencia de aprendizaje con aquello que resulte de interés, que sea ameno, que active varios canales comunicativos, que muestre cómo los demás piensan. Estas son algunas razones por las cuales se puede inferir la utilidad de socializar al máximo los razonamientos que se realizan durante la resolución de problemas.

Debe ser un hábito y parte de los procedimientos metodológicos para enseñar a resolver problemas, construir y revelar los significados de cada premisa como punto de partida. Esto puede ser entendido como el análisis semántico-pragmático del texto científico. En este se revelan las asociaciones significativas y relaciones de asociación o asociaciones generalizadas. Un modo de hacerlo organizadamente es el siguiente: Dado los problemas, se aprecian varias premisas de trascendencia que deben ser entendidas y de las cuales se deriva el camino a la solución; por ejemplo: ... la diferencia del cuadrado de dos números es cinco..., ... la velocidad en el tramo horizontal es de 12 km/h..., entre otras premisas y tipos de datos.

En estos contextos, el maestro puede organizar el trabajo construyendo tablas, mapas conceptuales, esquemas lógicos, entre otros recursos y al unísono invitar al debate sobre todas las inferencias encontradas. Luego las soluciones son más viables. Un ejemplo se presenta en la tabla 2. El educador debe saber qué trascendencia posee para el educando no poder realizar determinados tipos de asociaciones. Por ejemplo, las deficiencias en las asociaciones variantes

³ Término definido por Petrovsky, A. (1982). Psicología evolutiva y pedagógica. En estructura operacionales del pensamiento y condiciones de su formación, p 268.

concretas revelan limitaciones en las posibilidades del alumno para construir representaciones y modelar los problemas.

Tabla 2. Premisas y asociaciones

Símbolo o signo	Significación semántica (referencia u objeto)	Sentido, significante o extensión ⁴	Relaciones de asociación
$a^2 - b^2$	Objeto matemático (fórmula matemática)	Diferencia de cuadrados de dos números, operación matemática	Es un binomio, es un caso particular de polinomio Expresión que puede ser reemplazada por: $(a + b)(a - b)$ Observación: se manifiesta una asociación variante concreta. Estas vinculan las particularidades concretas de un objeto con las acciones concretas que se realizan con él. Son una manifestación del movimiento de las representaciones.
velocidad de 12 km/h	Objeto matemático, magnitud	Matemáticamente: resultado de una división de dos números o magnitudes	Magnitud física de carácter <u>vectorial</u> que expresa el desplazamiento de un objeto por <u>unidad de tiempo</u> . Se representa por v . Se puede modelar matemáticamente como $v = \frac{x}{t}$ El tiempo t puede ser calculado como: $t = \frac{x}{v}$ El desplazamiento x puede calcularse como: $x = 12 \cdot t$ Observaciones: se manifiestan asociaciones variantes abstractas y semivariantes a la vez. Pues el resolutor puede inferir el modelo matemático que define la magnitud a partir de un análisis simple de las unidades de medida. Luego, en el momento de resolver el problema es posible elegir las inferencias de utilidad.

Particularidades del sistema de tareas:

1. Resulta conveniente básicamente para la clase de Didáctica de la Matemática.

⁴ Se refiere a la información que transmite, se relaciona con el contenido según la disciplina de estudio. El asunto es tratado en la semántica y pragmática.

2. Responde a los objetivos determinados en el programa de la disciplina y asignatura. Se prioriza la dirección del aprendizaje de la resolución de problemas.
3. Las tareas se formulan de lo simple (que tributan al desarrollo de habilidades de manera preliminar y favorecen el uso posterior de analogías o generalizaciones) a lo complejo (para imputarle a la resolución de problemas una mayor significación y sentido)
4. Las tareas se articulan a partir de situaciones de aprendizaje reales, dadas en el nivel educativo en el que se va a laborar y evidencian aplicaciones prácticas.
5. Contextualiza el redimensionamiento de la comprensión en estrecha relación con la reflexión en el proceso de resolución de problemas matemáticos.
6. Permite sistematizar los conocimientos al incidir en la concientización de las asociaciones generalizadas o relaciones de asociación, cuestión esta que se implica además en el desarrollo del pensamiento sistémico y estratégico.
7. Atempera el valor psicopedagógico y didáctico del trabajo en grupo.
8. Apunta hacia la puesta en práctica de presupuestos del aprendizaje desarrollador y el ABP.
9. Aboga por el constante análisis y valoración crítica de los resolutores en función de:
 - Encontrar las vías de solución.
 - Evaluar las soluciones encontradas.
 - Realizar las transformaciones necesarias al problema.
 - Hacer de cada problema una fuente de nuevos problemas como sustento de la creatividad del futuro maestro.

En resumen, al sistema de tareas activa un aprendizaje que propicia el razonamiento, la conjetura, la demostración, la reflexión y la creación como aspecto fundamental.

Ejemplo de sistema de tareas

Objetivo: Enseñar a dirigir el proceso de resolución de problemas.

Introducción

El sistema de tareas puede ser orientado previamente y se asignan tareas por equipos de trabajo y de forma individual según considere el profesor.

Tarea 1. Lea y analice detenidamente el siguiente problema:

Un ciclista hace un recorrido por un camino que tiene un tramo horizontal y otro inclinado como se ilustra en la figura 1. ¿Cuál es la longitud del tramo

horizontal y cuál la del tramo inclinado si al hacer el recorrido de A hasta B se demora 3 horas y para ir de B hasta A se demora 2,5 horas?. Considere que la velocidad en el tramo horizontal es de 12 km/h, la velocidad de subida en el tramo inclinado es de 6,0 km/h y la de bajada es de 15 km/h.



Figura 1. Camino recorrido por el ciclista

Tarea 2. Liste los conocimientos precedentes que el alumno necesita dominar para resolver este problema.

Tarea 3. Refiérase a las posibles dificultades que el alumno debe vencer para llegar a resolver el problema. Puede apoyarse en las limitaciones teórico - prácticas encontradas por usted durante la solución de problemas similares.

Tarea 4. Señale las palabras con mayor carga semántica, frases, datos implícitos o explícitos que son determinantes en la modelación y solución del problema.

Tarea 5. En correspondencia con las selecciones realizadas anteriormente organice un análisis semántico - pragmático donde refiera todas las asociaciones generalizadas o relaciones de asociación posibles. Discuta estas ideas con sus colegas y el profesor y realice anotaciones sobre posibles concepciones erradas y sus potenciales influencias. Seleccione las asociaciones de utilidad en el contexto del problema.

Tarea 6. Exponga brevemente, sin llegar a resolver el problema, las posibles vías de solución.

Tarea 7. Resuelva el problema

Tarea 8. Realice valoraciones sobre:

- La utilidad del análisis semántico - pragmático del texto científico del problema para favorecer la comprensión y solución
- La viabilidad de las diferentes vías de solución empleadas.

Tarea 9. Planifique y exponga los posibles niveles de ayuda que usted le debe ofrecer a sus alumnos para resolver el problema. ¿Cuáles son los criterios esenciales que tomó en consideración para planear y ofrecer los niveles de ayuda?

Tarea 10. Modifique el problema para crear un nuevo problema (o un conjunto de problemas) cuya solución pueda ayudarte a resolver el problema original.

Tarea 11. Sugiera un procedimiento general o conjunto de acciones para modelar el problema, o sea, para obtener el sistema de ecuaciones

Comentarios metodológicos:

La tarea 1 es central, la de mayor jerarquía en el sistema, alrededor de esta se erige el resto de las tareas y poseen carácter didáctico. En conjunto favorecen la preparación del futuro profesor de Matemática para enseñar a resolver problemas.

Las acciones de sistematización en estrecha relación con la determinación de asociaciones son importantes ya que inciden en la solidez de la formación de conceptos, cuestión básica para resolver problemas.

Los conocimientos precedentes que deben consolidarse con anterioridad son: transformación del lenguaje común al algebraico; planteamiento de ecuaciones y su resolución e interpretación de unidades de medida. Se implican conceptos de objetos, de operaciones y de relaciones.

Las complicaciones son:

1. La diversidad de tipos de datos. Las incógnitas son longitudes; sin embargo, se deben sumar términos que representan tiempo debido a los datos que se ofrecen: 3,0 h y 2,5 h. Se ofrece además otro tipo de dato: velocidades.
2. Interpretación de unidades de medida. Condiciona asociaciones generalizadas trascendentales para el proceso de comprensión.

Ante estas complicaciones se requiere transformar la manera de presentación de datos para obtener términos semejantes. Es sugerente además, apoyar los análisis con modelaciones gráficas adicionales. En correspondencia con las complicaciones se planifican los niveles de ayuda o impulsos heurísticos y se construyen las relaciones de asociación.

En el proceso de comprensión y solución se manifiestan asociaciones semivariantes y variantes concretas. Al respecto, se vinculan las particularidades concretas de un objeto con las acciones concretas que se realizan con él. Estas asociaciones son una manifestación del movimiento de las representaciones que poseen los alumnos como causa de sus experiencias prácticas en la resolución de problemas y el manejo o tratamiento de los conceptos.

CONCLUSIONES

Las consideraciones realizadas sobre el destaque que se le da a la resolución de problemas en la formación inicial del profesor de Matemática hace ver la necesidad de lograr un mayor acercamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Didáctica de la Matemática al contexto de ese proceso que tiene lugar en la escuela a partir de sistemas de tareas que promuevan el aprendizaje de la resolución de problemas en un ambiente de colaboración, interacción, reflexión y comunicación.

Al sistema de tareas que se presenta revela la importancia de la triada dialéctica: estimulación de la comprensión – apropiación – reflexión, concebida para optimizar el aprendizaje. Los procedimientos metodológicos que se

proponen emplear en la enseñanza de la resolución de problemas en las clases de Didáctica de la Matemática propician el trabajo individual y colectivo en función de la estimulación de los elementos de la triada.

El sistema que se presenta se propone se puede aplicar en los estudiantes del segundo y tercer años que se forman de profesores de Matemática en los ISCED.

Una buena elección de las tareas a partir de la creación de situaciones interactivas y una adecuada dirección de los debates y las reflexiones, conlleva a la consolidación de buenas prácticas de instrucción y educación que los profesionales en formación podrán multiplicar durante el ejercicio de su profesión.

BIBLIOGRAFÍA

Campistrous, L. y Rizo, C. (1995). Aprende a resolver problemas aritméticos. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Charnay, R. (1994). Aprender por medio de la Resolución de Problemas. En Didáctica de las Matemáticas: Aportes y Reflexiones. Buenos Aires.

Cruz Ramírez, M. (2002). Estrategias metacognitivas en la formulación de problemas. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la Luz y Caballero”. Cuba.

Rodríguez, M. (2011). El aprendizaje relacional de la Matemática en el preuniversitario. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Las Tunas. Cuba.

Petrovsky, A. (1982). Psicología evolutiva y pedagógica. Sobre estructura operacionales del pensamiento y condiciones de su formación. Moscú: Editorial MIR.

Poggioli, L. (2000): Estrategias de resolución de problemas. Serie Enseñando a aprender. Caracas: Fundación Polar.

Polya, G. (1996): Matemáticas y razonamiento plausible. Editorial TECNOS. S.A. Madrid.

Polya, G. (1965): *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving. Vol. 2. New York: Wiley.*

Pozo, J. I. (1994): La solución de problemas. Editorial Santillana. Madrid.

Rodríguez, M. (2011): El aprendizaje relacional de la matemática en el preuniversitario. Tesis doctoral. Las Tunas.

Rebollar, A. (2000): Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela. Tesis Doctoral. Santiago de Cuba.

Romanatto, M. C. (2002): Resolución de problemas en la formación de profesores y investigadores. FCL/UNESP – Campus de Araraquara. Brasil.