

**MAPLE, HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA NUMÉRICA**AUTORES: Luis Alberto Pernía Nieves<sup>1</sup>Ángel Enrique Figueredo León<sup>2</sup>Denis Álvarez Mora<sup>3</sup>Yunior Fonseca Reina<sup>4</sup>Medardo Ulloa Enríquez<sup>5</sup>DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: Facultad de Ciencias Técnicas.  
Universidad de Granma, Bayamo, Cuba. E-mail: [lpernia@udg.co.cu](mailto:lpernia@udg.co.cu)

Fecha de recepción: 21 - 02 - 2013

Fecha de aceptación: 03 - 10 - 2013

## RESUMEN

Las herramientas informáticas abarcan sistemas de simulación y modelado, software matemático, sistemas multimedia, entre otros. Los beneficios que se obtengan de su uso en la labor docente, estarán en función de la capacidad que se tenga de su manejo y adecuación. Actualmente, se hace necesario que los estudiantes adquieran de forma sólida, las habilidades para un mejor entendimiento, implementación, y perfeccionamiento de métodos numéricos. Por ello, se precisa la utilización y creación de nuevos recursos computacionales para solucionar esta situación problemática. El objetivo de este trabajo es mostrar la potencialidad de Maple no sólo como herramienta docente en la didáctica de la Matemática Numérica sino también como un instrumento de ayuda para la adquisición de determinados conceptos y procedimientos. Específicamente se aborda el uso del Asistente de cálculo simbólico Maple, en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática Numérica en la carrera de Informática. Se propone la utilización de este asistente de modo que el desarrollo de dicha actividad integre diferentes técnicas computacionales, logrando que se manifiesten excelentes caminos para perfeccionar el proceso de enseñar y aprender Matemática Numérica.

PALABRAS CLAVE: matemática numérica; maple; sistema de cálculo simbólico

(Trabajo desarrollado en el marco del Proyecto Internacional ALFA III CLAVEMAT “Clase Virtual de Matemática y Tutoría”. Financiado por la Unión Europea.)

---

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas. Máster en Ciencias. Profesor Auxiliar. Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba.

<sup>2</sup> Licenciado en Ciencias de la Computación. Profesor Asistente. Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba. E-mail: [afigueredol@udg.co.cu](mailto:afigueredol@udg.co.cu)

<sup>3</sup> Licenciado en Matemáticas. Máster en Ciencias. Profesor Asistente. Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba. E-mail: [dalvarezm@udg.co.cu](mailto:dalvarezm@udg.co.cu)

<sup>4</sup> Licenciado en Ciencias de la Computación. Máster en Ciencias. Profesor Asistente. Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad de Granma, Bayamo, Cuba. E-mail: [dalvarezm@udg.co.cu](mailto:dalvarezm@udg.co.cu)

<sup>5</sup> Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad Técnica de Cotopaxi, Ecuador. E-mail: [utcotopaxi@yahoo.es](mailto:utcotopaxi@yahoo.es)

## **MAPLE, TEACHING TOOL FOR TEACHING NUMERICAL MATHEMATICS**

### **ABSTRACT**

The tools include simulation and modeling, mathematical software, multimedia systems, among others. The benefits derived from its use in teaching, will depend on the ability to have its management and adaptation. Currently, it is necessary that students acquire solid form, skills for better understanding, implementation, and improvement of numerical methods. Therefore, it requires the use and creation of new computing resources to solve this problem situation. The aim of this paper is to show the potential not only Maple as a teaching tool in the teaching of numerical mathematics but also as an aid for the acquisition of certain concepts and procedures. Specifically addresses the use of symbolic computation Maple Wizard, in the teaching - learning of Mathematics Numerical Computing in the race. It proposes using this wizard so that the development of this activity integrates different computational techniques, making manifest excellent ways to improve the process of teaching - learning of numerical mathematics.

**KEYWORDS:** numerical mathematics; maple; computer algebra system

### **INTRODUCCIÓN**

En los últimos tiempos la sociedad y sus cambios han estado estrictamente conectados con la evolución del sistema económico. La Universidad conquista un lugar privilegiado en ese proceso de continua renovación, precisamente en los sectores vinculados al desarrollo cultural, científico y técnico. Es por ello que la formación y el conocimiento son factores claves en este contexto de innovación tecnológica continua, donde el impacto de la transferencia y utilización de las nuevas tecnologías depende de la capacidad de absorción de nuestros estudiantes. La nueva sociedad demanda un profesional más preparado, más culto y por ende hay que establecer caminos y formas de enseñanza que favorezcan un eficiente perfeccionamiento de la actividad intelectual de los estudiantes. Claro está, los docentes, en cualquier enseñanza deben ser capaces de apropiarse y luego orientar las vías para hacerlo de manera creadora. Si entendemos que la enseñanza-aprendizaje en las aulas universitarias es una inversión en capital humano, entonces la evaluación de los avances en el aprendizaje y cambios en las técnicas de enseñanza tienen una gran relevancia práctica y social.

Con el empleo del software matemático, el docente debe adaptar su metodología a esta herramienta e integrar los conocimientos teóricos y prácticos, así como diseñar aplicaciones y problemas orientados al uso del software. Sin olvidar que diseñar este tipo de actividades requiere buen conocimiento del software, coherencia didáctica respecto a lo que se le propone al alumnado y ofrecer a este último una guía de cómo, cuándo y para qué utilizar esta herramienta (Ángel y Bautista, 2001). En tal sentido, software como Maple, Mathematica,

Derive, Matlab, entre otros, presentan muchas posibilidades para introducir al alumno en una actividad matemática de orden superior. Reflexionar sobre determinados aspectos relacionados con el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática Numérica y los conflictos que frecuentemente muestran los estudiantes en su instrucción, nos conduce a explorar las ventajas e inconvenientes de utilizar un programa de cálculo simbólico como MAPLE en la didáctica de tan importante asignatura.

La Matemática Numérica o de Cálculo como también se le conoce, es una de las asignaturas principales e indispensables en la formación de ingenieros de alto nivel profesional. El objetivo de su estudio es inculcar a los estudiantes sus fundamentos teóricos y habilidades prácticas, útiles en la resolución de problemas aplicados mediante el empleo de sus métodos, los cuales son realizables siempre en el ordenador (Danílina, 1990). Actualmente, por el término “Matemática Numérica” suele entenderse la parte de las matemáticas que estudia un círculo de cuestiones relacionadas con la utilización de las computadoras. En la Matemática Numérica pueden destacarse tres tendencias fundamentales: “a primera es la vinculada con el uso de los ordenadores en diferentes esferas de la actividad científico-práctica que incluye, en particular, la solución numérica de diferentes problemas matemáticos. La segunda es la tendencia ligada al surgimiento de nuevos métodos y el perfeccionamiento de los ya existentes. La tercera, es la relacionada con las cuestiones de la interacción del hombre con el ordenador” (Blanco, 2003).

## DESARROLLO

### *1. Utilización de los asistentes con fines docentes, ventajas y desventajas*

Con el uso de los asistentes de cálculo simbólico en el campo de la enseñanza de las matemáticas, ciertamente empezaremos a satisfacer las expectativas no cubiertas, que desde los años setenta conjeturaban que el uso de los ordenadores en la educación matemática iba a suponer una revolución de los procesos cognitivos de aprendizaje. Desde una perspectiva instrumental, las distintas modalidades y tipos en que se pueden clasificar las experiencias desarrolladas en la aplicación de las nuevas tecnologías informáticas a la enseñanza de las matemáticas son las siguientes:

- el computador tutorial y la enseñanza asistida por ordenador.
- el ordenador como instrumento de simulación.
- el ordenador y los lenguajes de programación como herramientas constructivas.
- el ordenador como instrumento para el desarrollo de aplicaciones y entornos hipermediales cerrados o distribuidos.

Ello nos introduce en un ámbito nuevo de estudio e investigación sobre la educación matemática y las TIC. Un ámbito de naturaleza más epistemológica con una amplia proyección sobre los fundamentos en la teoría del aprendizaje de las matemáticas. Así, y desde una perspectiva conectada ya directamente con el estricto ámbito del aprendizaje de las matemáticas, resulta esencial el

estudio sobre aspectos básicos para comprender cómo aprender matemáticas y por ende, cómo enseñar.

Ventajas:

- ayuda a progresar hacia niveles superiores de pensamiento formal.
- la capacidad gráfica de estos sistemas, facilita la integración de diversas imágenes conceptuales, que son un obstáculo para el aprendizaje.
- amplía el abanico de manipulaciones posibles y el de visualización.
- mejora la actitud de los alumnos hacia la matemática.
- favorece la interiorización de los conceptos y procedimientos, de forma que estos permanezcan a largo plazo.
- desarrolla nuevas estrategias de razonamiento.
- propician la investigación y el descubrimiento.
- permiten el trabajo autónomo del estudiante.
- facilita el desbloqueo del estudiante en la resolución de problemas, en la medida en que permite experimentar con rapidez y seguridad.
- su carácter interactivo provoca una retroalimentación inmediata.

Sin embargo, la utilización de asistentes matemáticos en la enseñanza, puede traer cierto peligro tecnocentrista, se debe tener presente que los sistemas de cálculo simbólico no son la medicina de todo, pero que sí pueden contribuir a mejorar la calidad de la enseñanza desde dos vertientes:

- como medio para mejorar el aprendizaje.
- como herramienta con la que los alumnos deben familiarizarse para una adecuada formación.

Las desventajas de la utilización de tales sistemas con fines docentes son:

- que el sistema de cálculo simbólico (Maple) se convierta en sujeto en lugar de la Matemática Numérica.
- que se confíe en la mera interacción entre el alumno y la computadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- pérdida de destrezas básicas.
- confianza ciega en la máquina. Se acepta cualquier solución.
- incapacidad para valorar las dificultades de los problemas.
- que las dificultades de aprendizaje de un sistema dado (Maple), lleguen a ser un obstáculo para el aprendizaje de la Matemática Numérica.
- excesiva dependencia del sistema de cálculo simbólico.

## *2. Características del Maple y el por qué de su uso*

MAPLE es un sistema de cálculo matemático: simbólico, numérico y gráfico, que se viene desarrollado desde 1980 en la Universidad de Waterloo, Canadá. Su nombre proviene de las palabras MATHematical PLEasure. Desarrollado en 1981 por Symbolic Computation Group en la Universidad de Waterloo, Ontario, Canadá. Lo comercializa Waterloo Maple Inc. (también conocida como Maplesoft) desde 1988. Precisa un lenguaje de programación propio para que el

usuario programe las rutinas que necesite. Maple es un excelente asistente que permite además de realizar rutinas y operaciones matemáticas, organizar textos, tratar imágenes, y algo muy importante, es que permite elaborar aplicaciones ejecutables personalizadas con amigables interfaces gráficas para intercambiar con los usuarios, conocidas como MAPLETs. Maple con menor despliegue publicitario que otros, se ha convertido en un competidor serio de MatLab, Mathematica.

Lo esencial es que no solo podemos usar Maple y sus bondades sino que además podemos crear sobre él, nuestras propias aplicaciones ejecutables, personalizadas y destinarlas a la docencia y al cálculo.

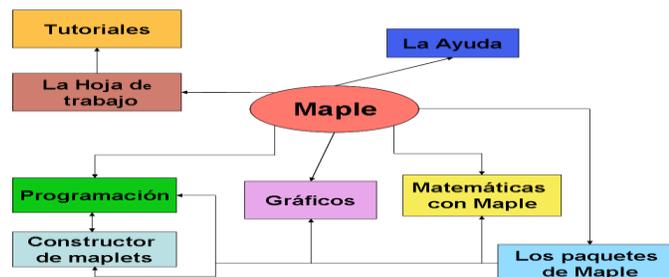


Imagen 1: Mapa conceptual del Maple.

### 3. Maple 13 como lenguaje de programación funcional

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Numérica, dada en casi todas las carreras de Ingeniería y en particular las de perfil informático, ha afrontado problemas en el desarrollo de habilidades en el estudiante que le permitan implementar los métodos estudiados. Se ha heredado de la enseñanza tradicional de la Numérica, que la habilidad de programar, no se encuentra en correspondencia con los requerimientos a corto plazo que necesitan los estudiantes para poder desplegar todo el potencial de los métodos implementados sobre lenguajes de programación de alto nivel como C++. Esto se debe sencillamente, a que dichos lenguajes presentan escasas herramientas para el trabajo matemático.

Debemos señalar que no estamos diciendo que sea imposible desarrollar sobre estos lenguajes operaciones matemáticas como: la derivación, el reconocimiento de funciones trascendentes, la graficación, entre otras; pero la programación no sería nada sencilla, requeriría niveles de conocimientos para los cuales los estudiantes no están capacitados en los dos primeros años de la universidad, causando que en la actividad de estudio se pierda la lógica interna. En ocasiones los métodos numéricos estudiados y posteriormente implementados sobre C++ dejan de ser del todo interesantes, transformándose en algo sin relación alguna con los objetivos perseguidos.

La programación sobre Maple permite utilizar el vasto arsenal de herramientas matemáticas presentes en sus librerías, en función de las necesidades del programador, logrando que este, se enfoque exclusivamente en los algoritmos

matemáticos a implementar, sin que haya necesidad de resolver un sinnúmero de problemas colaterales que imposibiliten el desarrollo de un determinado algoritmo.

#### 4. Un ejemplo de aplicación realizada sobre Maple para la docencia de la Matemática Numérica.

El “Asistente de Cálculo Numérico” presente en el hiperentorno, es una aplicación ejecutable hecha sobre el constructor de aplicaciones MAPLETs del Maple 13, tiene la finalidad práctica de resolver los diferentes problemas de la Matemática Numérica, así como la de validar los resultados de la implementación sobre maple de los algoritmos hechos por los estudiantes. Es de muy fácil manejo y no se requiere ser un entendido en el uso del asistente Maple 13. Presenta una interfaz gráfica de intercambio con los usuarios, que posee una buena movilidad por los diferentes temas de interés. Para su confección fueron implementados un total de veintidós algoritmos. Este asistente posee las siguientes MAPLETs:

MAPLET principal: permite visualizar todos los temas de la Asignatura Matemática Numérica, recogidos en cinco botones, cuya acción onclick es abrir nuevas aplicaciones para el cálculo, donde es el usuario el que decide que hará, siempre en función de sus necesidades:

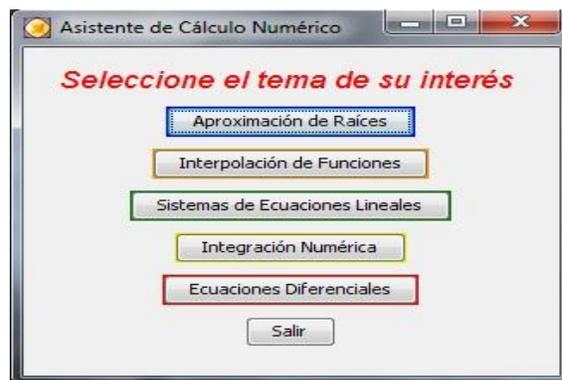


Imagen 2: “Asistente de Cálculo Numérico”

MAPLET “Cálculo aproximado de raíces”: en ella aparecen implementados cuatro de los métodos estudiados en este tema: Bisección, Regula Falsi, Newton y Secante. Además posee un graficador incluido, que tiene como objetivo primordial, observar el gráfico de la función a la que se le desea calcular aproximadamente la raíz, para poder separarla de forma visual. Mediante el botón “Regresar al Asistente de Cálculo Numérico” es posible regresar la MAPLET principal.

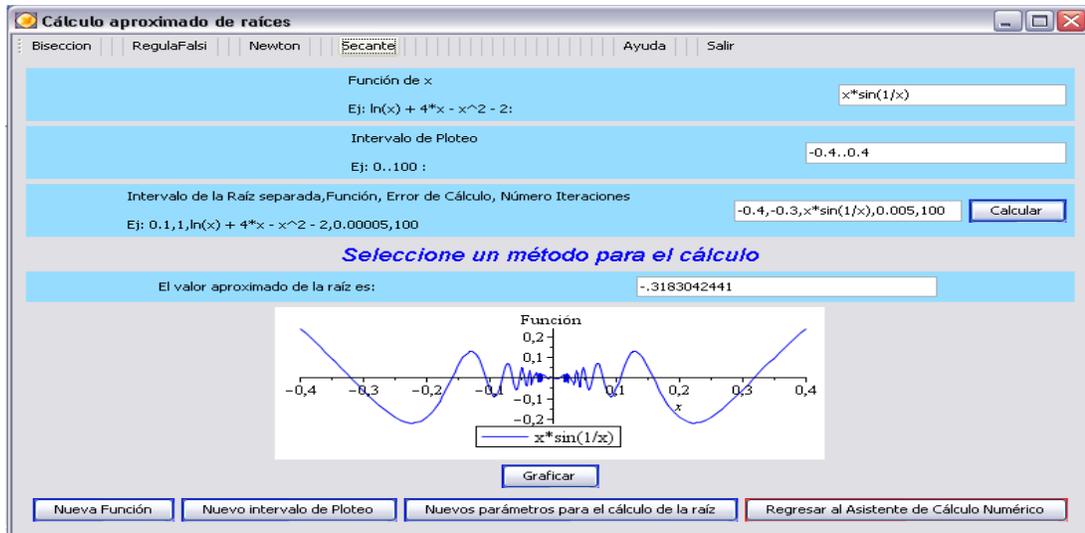


Imagen 3: MAPLET “Cálculo aproximado de raíces”.

MAPLET “Aproximación de funciones”: útil en la obtención de los polinomios de interpolación por los métodos de Lagrange y de Newton únicamente. Permite además, una vez que se ha calculado dicho polinomio, graficarlo y observar su comportamiento a lo largo del intervalo que comienza en el nodo de interpolación más pequeño y termina en el mayor, e incluso un intervalo diferente que resulte interesante.

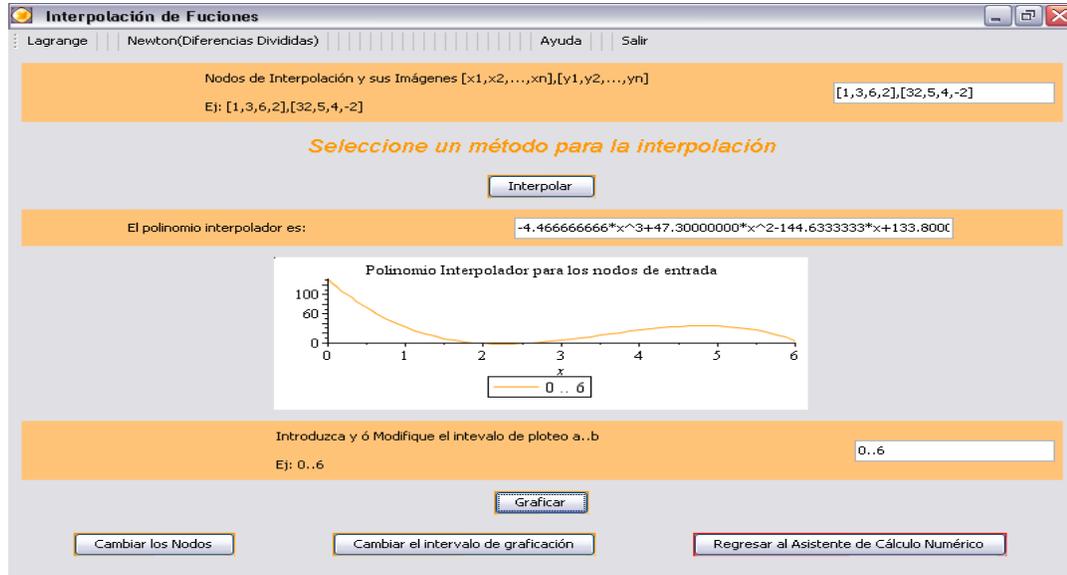


Imagen 4: MAPLET “Aproximación de funciones”

MAPLET “Sistemas de ecuaciones lineales”: proporciona las herramientas necesarias para la solución de sistemas de ecuaciones lineales por métodos directos (Gauss con las estrategias de pivote elemental y parcial, así como el método de la inversa) e iterativos (métodos de Jacobi y Seidel), para un total de cinco métodos implementados.



Imagen 5: MAPLET “Sistemas de ecuaciones lineales”

MAPLET “Integración de Funciones”: recoge tres de los métodos usados en la integración numérica de funciones: Rectángulos, Trapecios, y Simpson, mediante los cuales se calculan, de forma aproximada, las integrales definidas de todo tipo de funciones. Incluye un graficador que permite representar la función y la aproximación del área por debajo de ella.

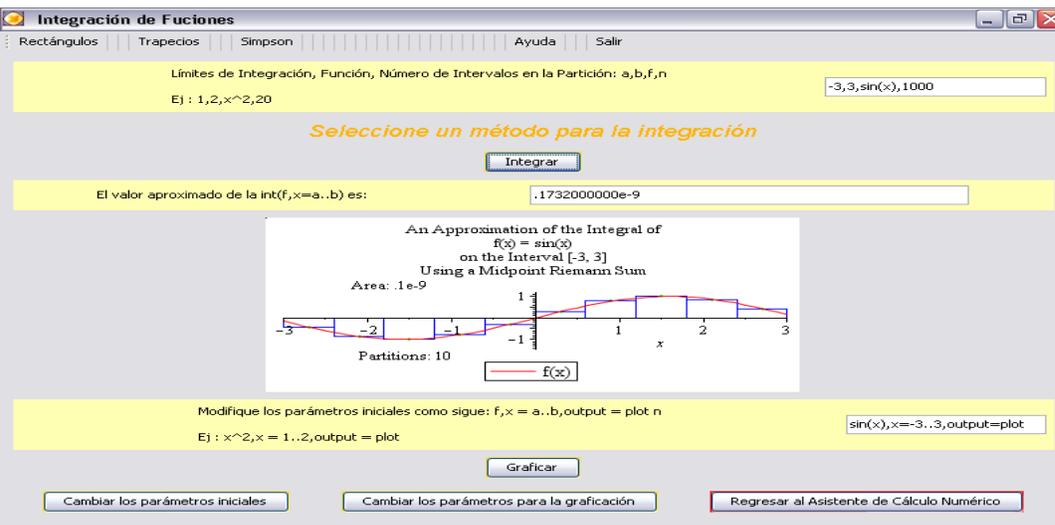


Imagen 6: MAPLET “Integración numérica de funciones”

MAPLET “Ecuaciones diferenciales”: se implementaron un total de ocho métodos: Euler, Heun, Euler modificado, Runge Kutta hasta orden cuatro, y los métodos predictores correctores Adams Bashforth y Adams Bashforth Moulton. Incluye además un graficador, donde se podrán graficar las soluciones obtenidas.

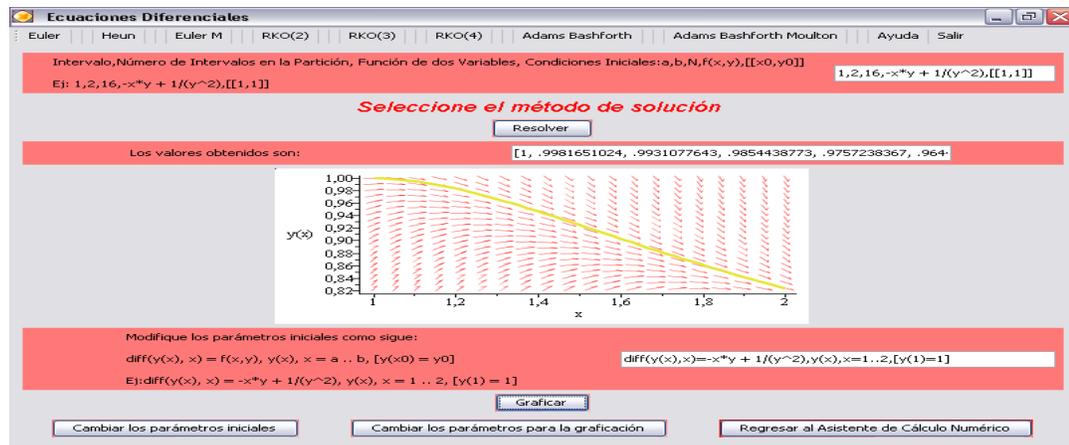


Imagen 7: MAPLET “Ecuaciones diferenciales”

## CONCLUSIONES

El MAPLE como herramienta de trabajo en la docencia de la Matemática Numérica permite que muchas de las tareas mecánicas bastante complejas que el alumno desarrollaba a mano, puedan realizarse de manera eficiente en un aula de informática, de forma tal que el estudiante puede emplear más tiempo en la asimilación de los conceptos y en el aprendizaje de las diferentes metodologías de trabajo. La utilización de MAPLE como herramienta docente en esta asignatura ha propiciado un espacio ideal para el trabajo, pues permite emplear menos tiempo en tareas rutinarias y mecánicas, se puede centrar la atención en las fases de planteamiento, de formalización y de “implementación” de los métodos numéricos y los diferentes problemas planteados en las clases.

Para finalizar queremos resaltar un par de cuestiones: en primer lugar que con esta nueva metodología docente, el alumno no pierde la facilidad de uso de ciertas habilidades básicas que proporcionan los cursos tradicionales de matemáticas, dado que siguen estando presentes en todo el proceso de enseñanza-aprendizaje. En segundo lugar, que a pesar de que la utilización de MAPLE no está muy extendida como herramienta didáctica entre los profesores y estudiantes en las Universidades, este Asistente de Cálculo Simbólico permite la resolución de numerosos problemas en nuestras disciplinas y constituye una herramienta fundamental para el aprendizaje de las Matemáticas.

## BIBLIOGRAFÍA

Abell, M. & Braselton, J. (2002). *Maple by Example*, 3rd Edition. Academic Press.

Ángel, Juan, y Bautista, Guillermo. (2001). *Didácticas de las matemáticas en enseñanza superior: La utilización de software especializado*. Recuperado el 12 de Enero de 2005, de [http:// www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html](http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html)

Checa, E. y Márquez, A. (2001). *Álgebra Lineal Numérica: Teoría y Práctica con Mathematica*. España: Universidad Politécnica de Valencia.

Danílina, N. I. y. D. N.S (1990). "Matemática de Cálculo".

Fernández Francisco, Izquierdo José, y Lima Sylvia. (2000). Experiencias en la estructuración de clases de matemáticas empleando asistentes matemáticos y colección de tutoriales hipermediales.

Garvan, F. (2001). "The Maple Book", Chapman&Hall/CRC.

Guedez, M. (2005). El aprendizaje de funciones reales con el uso de un software educativo: una experiencia didáctica con estudiantes de educación de la ULA-Táchira. Recuperado el 12 de Abril de 2006, de <http://www.saber.ula.ve/db/ssaber/Edocs/pubelectronicas/accionpedagogica/vol14num1/articulo4.pdf>

Hough, D. (1997). Mathematics with Maple. New York: Addison-Wesley.

León, O. y Montero, I. (2003). Métodos de investigación en Psicología y educación (3a ed.). Madrid, España: McGraw-Hill Interamericana.

Meza, Adriana, y Cantarell, Lisbeth. (2002). Importancia del manejo de estrategias de aprendizaje para el uso educativo de nuevas tecnologías de información y comunicación en educación. Recuperado el 2 de Febrero de 2005, de [http://funredes.org/mistica/castellano/ciberoteca/participantes/docupart/esp\\_doc\\_71.html](http://funredes.org/mistica/castellano/ciberoteca/participantes/docupart/esp_doc_71.html).

Monagan, M.B.; Geddes, K.O.; Labahn, G.; Vorkoetter, S. (1996): "Maple Programming guide", Springer Verlag.