

LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ASISTIDA POR COMPUTADORAS: UNA NUEVA REALIDAD EN LA SECUNDARIA BÁSICA

LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA ASISTIDA POR COMPUTADORAS

AUTORES: Juan José Fonseca Pérez¹Michel Enrique Gamboa Grau²DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: Centro de Estudios de Didáctica Universitaria de Las Tunas (CEDUT). Calle Antonio Maceo No. 22. Las Tunas. CP 75100. Cuba. E-mail: jjfonseca@ult.edu.cu

RESUMEN

Con la tercera Revolución educacional que se realiza en Cuba, las escuelas se dotan de nuevas tecnologías, entre ellas las computadoras, constituyendo un reto su utilización en el proceso de enseñanza - aprendizaje. Conociendo que el aprendizaje de la Geometría presenta dificultades constatadas en diferentes momentos e instancias, el trabajo ofrece recomendaciones metodológicas a los docentes y muestra algunas actividades diseñadas donde se utiliza un programa computarizado de aplicación como es el Geómetra, que facilita revelar las potencialidades de este y transformar el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Geometría, en las que se tienen en cuenta los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, la formación por etapas de las acciones mentales y la didáctica para un proceso desarrollador. En su implementación práctica, en el centro de referencia provincial, se muestran cambios actitudinales de los alumnos hacia la asignatura.

INTRODUCCIÓN

En los momentos actuales nuestro país está inmerso en la realización de profundas transformaciones con la finalidad de hacer corresponder el modelo de hombre que ella necesita con el sistema social que construimos, de manera tal que éste pueda vivir en un mundo donde el inevitable proceso de globalización impone nuevos retos dados por el desarrollo de la ciencia, la técnica y las comunicaciones. Estas transformaciones en el sector educacional se reconocen como la tercera gran Revolución educacional y cultural.

Como parte de este proceso de transformación se encuentra la implementación de una serie de programas: Libertad, Audiovisual, Universidad para Todos e Informática, por solo mencionar algunos, implicando un reto para la Pedagogía actual lograr la vinculación de estos y su inserción en los currícula de una manera fluida y armónica.

¹ Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor Titular. Máster en Educación Superior. Universidad de Las Tunas. Cuba.

² Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad de Ciencias Pedagógicas Pepito Tey. Las Tunas. Cuba

La introducción de las computadoras personales y de programas de computación para la enseñanza hacen que surjan varias interrogantes, tanto por parte de los docentes que deben implementar su uso al desarrollar el curriculum diseñado, como por los estudiantes que deben utilizar los mismos; esto se da en las diferentes asignaturas y áreas del conocimiento del que no escapa la enseñanza de la Matemática y en particular de la Geometría.

Luego es necesario que se modifique la concepción tanto de la enseñanza como del aprendizaje de la Geometría, lo que implica un cambio en la manera de pensar de los docentes y desde luego de diseñar las estrategias, las tareas independientes y actividades extradocentes, de manera que exista, en dependencia de las condiciones concretas de escuela, alumnos y propias de la comunidad, la coherencia necesaria para el éxito del proceso y que propicie un cambio en los modos de actuación de los alumnos hacia el aprendizaje y los hábitos de estudio.

Este trabajo tiene como propósito contribuir al desarrollo de la creatividad de los maestros y docentes al mostrar algunas de las posibilidades de utilización de la computación para la enseñanza - aprendizaje de la Geometría, al diseñar actividades teniendo presente los principios de una didáctica desarrolladora y los niveles de pensamiento en esta área de la Matemática, las cuales evidencian en la práctica el cambio de actitud de los estudiantes hacia la asignatura.

El mismo se desarrolló en lo fundamental en el centro de referencia provincial, como parte de un proyecto de investigación de la dirección del aprendizaje del adolescente de la Secundaria Básica.

DESARROLLO

Desde el punto de vista psicológico, pedagógico y sociológico el trabajo se basa en la concepción de aprendizaje desarrollador dado por Doris Catellanos (2001) al exponer: "*Un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su autoperfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social*" (3,13).

Por otra parte, declara tres criterios básicos que debe cumplir todo aprendizaje para que este sea desarrollador, los cuales son: a) promover el desarrollo integral de la personalidad del educando, b) potenciar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación y c) desarrollar la capacidad de realizar aprendizajes a lo largo de la vida.

También se toma como base los principios didácticos dirigidos a lograr un proceso de enseñanza - aprendizaje que instruya, eduque y desarrolle declarado por M. Silvestre y J. Zilberstein (2000):

- 1) Diagnóstico Integral.
- 2) Estructurar el proceso de enseñanza - aprendizaje hacia la búsqueda

activa del conocimiento por el alumno, teniendo en cuenta las acciones a realizar por éste en los momentos de orientación, ejecución y control de la actividad.

- 3) Concebir un sistema de actividades para la búsqueda y exploración del conocimiento por el alumno desde posiciones reflexivas que estimulen el desarrollo del pensamiento y la independencia.
- 4) Orientar la motivación hacia el objeto de la actividad de estudio. Desarrollando la necesidad de aprender y de entrenarse en cómo hacerlo.
- 5) Estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procesos lógicos de pensamiento y el alcance del nivel teórico elevando la capacidad de resolver problemas.
- 6) Desarrollar formas de actividad y de comunicación colectivas, que favorezcan el desarrollo intelectual, logrando la adecuada interacción de lo individual con lo colectivo en el proceso de aprendizaje.
- 7) Atender las diferencias individuales en el desarrollo de los escolares en el tránsito del nivel logrado hacia el que se aspira.
- 8) Vincular el contenido de aprendizaje con la práctica social y estimular la valoración por el alumno en el plano educativo. (12,22).

En estas teorías se toma en consideración, por una parte lo referido a la actividad, su estructura y su rol en el aprendizaje donde particularmente desempeña un importante papel la formación por etapas de las acciones mentales desarrolladas por Galperin, Talízina y otros; por otra parte los aspectos referente a la necesidad del aprendizaje cooperativo o colaborativo a partir del reconocimiento del componente social del aprendizaje, del aprender con otros y de otros que en la psicología social se conoce como Zonas de Desarrollo Próximo (ZDP). Este supuesto permite valorar desde perspectivas educativas, el trabajo que desempeña un sujeto con otros a favor de un aprendizaje determinado, la importancia que se le asigna al compartir con otros abre nuevos caminos para generar estrategias de enseñanza - aprendizaje centradas en el crecimiento colectivo según asegura Vigotsky (1978).

Este trabajo colaborativo se facilita cuando el aprendizaje está mediado o asistido por computadoras. El aprendizaje colaborativo asistido por computadoras (ACAC) ha sido definido por Paz Baeza, B. [et. al.] (1999) " *como una estrategia de enseñanza - aprendizaje por la cual interactúan dos o más sujetos para construir aprendizaje, a través de discusión, reflexión y toma de decisión, proceso en el cual los recursos informáticos actúan como mediadores.*" (8,2)

Estos además citan a Johnson (1993) quien logra reconocer el desarrollo de competencias que permite formar el ACAC ya que genera una interdependencia positiva, promueve la interacción, valora la contribución individual, logra habilidades personales y de grupo, y obliga a la autoevaluación; así como tres

niveles de logros: tareas grupales, entendidas como las acciones concretas a realizar en el aula; dinámica grupal, entendida como la forma de accionar para el desarrollo de actividades; nivel personal, entendido como el proceso interno (beneficio) obtenido en este tipo de trabajo, entre estas últimas se encuentran:

- Aumenta las habilidades sociales, interacción y comunicación efectivas.
- Aumenta la seguridad en sí mismo.
- Disminuye los sentimientos de aislamiento.
- Disminuye el temor a la crítica y a la retroalimentación.
- Incentiva el desarrollo del pensamiento crítico y la apertura mental.
- Permite conocer diferentes temas y adquirir nueva información
- Aumenta la autoestima y la integración grupal.
- Fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, basado en los resultados del trabajo en grupo.

Como se puede observar estas están en correspondencia con los requerimientos didácticos que se exigen en la actualidad.

Entre las características de la computadora, existen tres que poseen gran importancia desde el punto de vista didáctico, los cuales deben ser valorados por el profesor para decidir su utilización como recurso en el desarrollo del curriculum. Por una parte, la computadora proporciona una forma cómoda de gestionar y representar la información, permitiendo que el alumno dedique mayor atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados.

Otra de las posibilidades es de ejecutar órdenes de muy distinto tipo entre las que se encuentran, dibujos, cálculos, ...con gran rapidez por lo que se pueden simular experiencias aleatorias, trazar gráficos, entre otros. La tercera característica es la de interactuar con el usuario, que puede intervenir en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, convirtiéndose en un poderoso instrumento de exploración e indagación, todo lo cual hace que su uso sea altamente motivante.

Para el uso de la computadora en la clase o de apoyo a la clase, el docente debe valorar el tiempo que se necesita para ello, lo que incluye el manejo por los alumnos de los programas computarizados que se emplearán de manera que se facilite la calidad del aprendizaje, teniendo presente que el desarrollo acelerado de la informática conlleva a la interacción más natural del hombre con la computadora.

Se conoce, además, que uno de los objetivos de las Matemáticas está dirigido al desarrollo del pensamiento lógico en los educandos; en particular la Geometría posee potencialidades inigualables para contribuir al cumplimiento del mismo, muy especialmente si se tienen presentes al diagnosticar y diseñar las estrategias los niveles de Van Hiele del desarrollo del pensamiento geométrico

con sus fases.

Como parte del proyecto de investigación, en el que toma parte uno de los autores, sobre el aprendizaje del adolescente del 7mo. grado de la enseñanza Secundaria Básica que se desarrolla en la provincia, se concibió la instrumentación de estrategias de aprendizaje que tomaran en consideración de forma dialéctica los elementos que aportan estas teorías de manera que se logre el grado de efectividad del aprendizaje aspirado por el modelo del egresado de este nivel de enseñanza.

DESARROLLO

Para el logro del propósito del trabajo se utilizó un programa computarizado disponible, el Geómetra (The Geometer's Sketchpad) que es un software o auxiliar geométrico que permite realizar la construcción de objetos, elementos o entes geométricos en la pantalla, los cuales se combinan para dar lugar a construcciones geométricas con el nivel de complejidad que desee el usuario; que aunque no es la versión más actual de las que existen en el mercado actualmente, brindan un potencial extraordinario y posibilitan transformar el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Geometría en favor de lograr resultados más efectivos. El programa se caracteriza por su versatilidad y fácil uso, además por interactuar de una forma dinámica con los objetos geométricos lo cual propicia a los alumnos experiencias de las que antes no disponían.



La utilización de la computación en la exploración de los objetos geométricos, por parte de los alumnos, permite que estos formulen conjeturas, favorece la comunicación y sus descubrimientos y que sistematicen constantemente sus conocimientos, lo que hace que se desarrolle su pensamiento matemático ya que se acercan al quehacer propio de los matemáticos.

Este proceso requirió el planteamiento y desarrollo de una serie de acciones que posibilitaron concretar las ideas teóricas.

ACCIONES:

- Preparación, tanto teórica como práctica, de los docentes en los

presupuestos antes expresados. A través de talleres y sesiones de debates sobre los diferentes aspectos teóricos. Estos contaron con diferentes técnicas participativas, estudio previo de materiales, exposición de la interpretación de los mismos. Y el desarrollo de un curso de postgrado.

- Instalación del programa computarizado (software).
- Desarrollo de sesiones de trabajo para revisar las potencialidades del programa (software). (aunque por presiones con el tiempo fue imposible agotar esta, de manera que quedó como trabajo individual profundizar en este sentido, luego se programó y desarrolló un curso de postgrado).
- Análisis de la unidad que se quería abordar (la unidad de geometría del 7mo grado) y los documentos que recogen orientaciones metodológicas al respecto. De manera que facilitara la obtención de ideas en qué podría realizarse al emplear las potencialidades del programa computarizado.
- Valoración y análisis de los resultados del diagnóstico integral aplicado por los docentes, su evolución en lo que iba de curso y en particular sobre la unidad, así como de las experiencias de los docentes al impartir estos contenidos. Además de las condiciones reales de utilización de los laboratorios de computación por los alumnos y docentes.
- Diseño de las actividades a desarrollar. De manera que se tuvieran presentes los presupuestos teóricos de base.

Estos tres últimos aspectos fueron llevados a una tabla sugerida por Estrada Duallo, Mario. [et.-al.]. (2002) y que mostramos a continuación.

ACCIONES DEL ALUMNO	CONCEPTOS UTILIZADOS Y POSIBLES PREGUNTAS	SUGERENCIAS Y TAREAS

- Realización de sesiones de trabajo con los alumnos en el laboratorio de computación para enseñarlos a interactuar con los programas, a la vez que se diagnosticaban los conocimientos de los alumnos sobre los principales conceptos de los entes y figuras que serían objeto de estudio.
- Implementación y seguimiento de las actividades diseñadas.

El trabajo en colectivo para establecer cómo concebir el desarrollo de las actividades nos propició sugerir las siguientes orientaciones metodológicas:

ORIENTACIONES METODOLÓGICAS GENERALES QUE SE REALIZARON PARA LA EJECUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES.

- Acorde con las actividades se sugiere la formación de equipos de tres o cuatro alumnos de manera que se puedan distribuir las tareas para los diferentes casos, según el diagnóstico, complejidad de las actividades y el

tiempo disponible para su ejecución, así como realizar oponencias del trabajo de un equipo a otro.

- La orientación constituye un momento importante para el éxito del aprendizaje, el docente debe quedar bien seguro que los alumnos han comprendido qué deben hacer, por lo que el control de la asimilación de las orientaciones dadas es indispensable. Aquí es importante que se valore el dominio de los conceptos implícitos necesarios para enfrentar cada actividad, de no dominarse se recomienda la búsqueda de los mismos por diferentes vías.
- Insistir en la habilidad “mover”, lo cual le permitirá dinamizar el problema y obtener en cuestiones de segundo disímiles casos particulares que con la forma tradicional y estática sólo se limitaría unos pocos. Aquí se recomienda hacer ver cuándo un ente geométrico está ligado a otro o es independiente, según se haya utilizado en su realización la barra de herramientas o el menú construcción, esto es importante que se interiorice, para asegurar que la figura resultante no se desarme.
- Se deben concebir sesiones de trabajo donde se socialicen los procesos empleados para llegar a los resultados, así como los propios resultados, de manera que sea posible dar seguimiento individual y colectivo a los estudiantes en su aprendizaje, se eduquen en ejercer la crítica y la autocrítica, el establecimiento de juicios de valor, se auto-evalúen y co-evalúen, además de entrenarse en el uso del vocabulario técnico de la asignatura. Es recomendable utilizar la opción "nuevos guión" lo que posibilitará describir el procedimiento seguido, que servirá además como controlador del mismo.
- Las actividades deben ser combinadas con las consultas y estudios de los aspectos teóricos que aparecen en las enciclopedias del programa Libertad y en soporte electrónico "Encarta", con que se cuenta en las escuelas, además de los libros de textos; donde tengan que elaborar resúmenes y fichas de contenido. Estos pueden anteceder o no la actividad asignada según sea el caso. De manera que se activen o refuercen los conceptos y procedimientos trabajados en clase.
- En todos los casos se les sugiere que realicen tablas para sus anotaciones, las que les facilitarán el análisis de la información. Se recomienda utilizar la opción “tabular”, la cual facilita el trabajo en diferentes casos particulares y poder llegar mejor a la formulación de conjeturas y porque además las medidas aparecen de manera más exactas.

Por ejemplo:

$$m \overline{CB} = 3.08 \text{ cm}$$

$$m \overline{BA} = 4.59 \text{ cm}$$

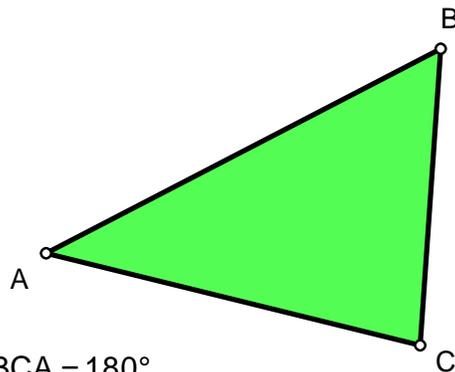
$$m \overline{AC} = 3.98 \text{ cm}$$

$$m\angle BAC = 41^\circ$$

$$m\angle ABC = 59^\circ$$

$$m\angle BCA = 80^\circ$$

$$m\angle BAC + m\angle ABC + m\angle BCA = 180^\circ$$



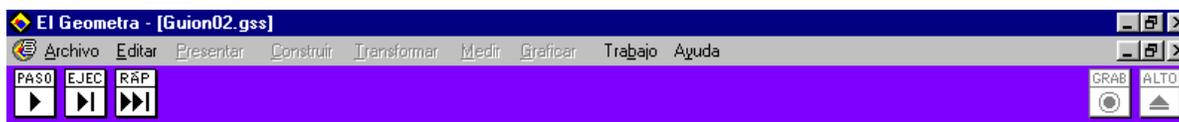
$$\text{Area BAC} = 6.03 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perimeter BAC} = 11.65 \text{ cm}$$

Area(Polygon BAC)	4.89	5.31	7.08
Perimeter(Polygon BAC)	10.09	10.54	12.84

Length(Segment CB)	3.42	3.36	3.78
Length(Segment BA)	3.23	3.74	3.74
Length(Segment AC)	3.44	3.44	5.32
Angle(BAC)	61.57	55.52	45.33
Angle(ABC)	62.19	57.65	89.90
Angle(BCA)	56.24	66.84	44.77
Angle(BAC) + Angle(ABC) + An...	180.00	180.00	180.00

- Es recomendable implicar al estudiante en la elaboración de sus propias macro construcciones (guiones), que le facilitarían su propio estudio individual y reforzaría la solidez del aprendizaje.



Dado:

Punto A
Punto B
Punto C

Pasos:

- Sea [p] = Segmento entre Punto A y Punto B.
- Sea [q] = Segmento entre Punto B y Punto C.
- Sea [r] = Segmento entre Punto C y Punto A.
- Sea [E] = Punto medio de Segmento [r].
- Sea [F] = Punto medio de Segmento [q].
- Sea [G] = Punto medio de Segmento [p].
- Sea [s] = Perpendicular a Segmento [q] por Punto Medio [F].
- Sea [t] = Perpendicular a Segmento [r] por Punto Medio [E].
- Sea D = Intersección de Recta [t] y Recta [s].
- Sea [c1] = Círculo con centro en Punto D que pasa por Punto C (rojo, grueso).

- Se sugiere que se entrenen en el intercambio oral con otros alumnos, de todos los conceptos y relaciones implicados en la construcción de manera

que se sistematicen y posibiliten ir formando mapas conceptuales, de las figuras planas, sus elementos y relaciones entre ellos y entre las figuras.

- Es necesario concienciar al alumno que demostrar con el auxilio del Geómetra no es la simple repetición de los pasos realizados para darle solución al problema sino que es necesario que se justifique con proposiciones teóricas cada una de estas. Preguntas como: ¿Qué teoremas utilizaste? ¿Qué idea utilizaste? ¿Cuál? ¿Por qué? ¿esa idea sirve para un caso particular o también para un caso general? ¿Qué pasa si se cambia la figura? El control de la efectividad de las construcciones realizadas deben tener presente que al realizar movimientos de algunos puntos o de la figura esta no pierda las propiedades o requerimientos exigidos en el ejercicio, lo que constataría que los elementos están fuertemente ligados entre sí y no se han graficado por aproximación o empíricamente (Esto es demostrar con el Geómetra).
- El comando `measure` para medir segmentos, ángulos, entre otras magnitudes, solo sirve para notar regularidades y poder formar conjeturas pero no para fundamentar o justificar el problema de construcción planteado. (ver ejemplo anterior)
- El planteamiento de las actividades debe tener presente los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico (reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor) con sus fases (información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración) y la formación por etapas de las acciones mentales (Elaboración de la BOA de tercer tipo, formación de la acción de forma material, formación de la acción como verbal externa y formación de la acción en el lenguaje interno).

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES DISEÑADAS.

Para sistematizar algunos de los axiomas de incidencia.

1-

- a) Traza dos puntos diferentes.
- b) Construye una recta que pase por estos dos puntos.
- c) Construye otra recta distinta a la anterior que pase por estos dos puntos. ¿Es posible? ¿qué proposición podrías plantear?

2-

- a) Traza un punto y denótalo.
- b) Traza una recta que pase por el punto anteriormente trazado. (NOTA: Recuerda que las rectas deben trazarse a partir de dos puntos diferentes).
- c) Traza varias rectas que pasen por dicho punto.
- d) ¿Cuántas rectas será posible trazar que pasen por un punto?. Elabora una proposición que exprese la conclusión a la que arribas.

Puedes comprobar los casos anteriores a través del doblado de papel, siguiendo un procedimiento similar, lo único que tendrás es que doblar el papel tantas veces de manera que se cumpla, pase por el (o los) puntos seleccionados. Verás que resulta interesante.

3-

- a) Traza dos rectas que se corten. Traza y denota el punto de intersección.
- b) Identifica y marca los ángulos, clasificalos en ángulos opuestos por el vértice y ángulos adyacentes.
- c) Mide las amplitudes de estos ángulos. Mueve por uno de los puntos las rectas. Tabula los resultados para algunos casos particulares.
- d) A partir de la observación y el análisis del comportamiento de las medidas de los pares de ángulos opuestos por el vértice y adyacentes ¿a qué conclusión llegas? ¿Qué ocurre cuando uno de los ángulos mide 90° ? ¿Qué relación de posición tienen las rectas?

Para el planteamiento de conjeturas sobre las propiedades de la mediatriz de un segmento, pueden llegar los propios estudiantes con adecuada dirección del profesor.

- a) Trazar un segmento y denotar sus extremos.
- b) Marque el punto medio de dicho segmento.
- c) Traza la perpendicular a ese segmento por el punto medio. ¿Qué nombre recibe la recta trazada?
- d) Marca y mide los ángulos formados por la mediatriz y el segmento. Clasifica los ángulos formados según su amplitud.
- e) De acuerdo con los resultados de los incisos c) y d). ¿Qué puedes decir respecto a la mediatriz de un segmento?
- f) Seleccionar un punto de la mediatriz de manera arbitraria.
- g) Medir la distancia del punto sobre la mediatriz a los extremos del segmento, desplaza dicho punto sobre la mediatriz, tabula y ve anotando la variación de las distancias, ¿Qué ocurre? Elabora una proposición a partir de estos resultados.

Luego cuando estudien los criterios de igualdad de triángulos podrán realizar una demostración de esta propiedad, apoyándose en estos criterios. Por el momento se puede realizar la búsqueda de todos los elementos iguales, tanto en el triángulo grande formado por los extremos del segmento y el punto seleccionado sobre la mediatriz, como en los dos pequeños que determina la mediatriz, reconocerlos, clasificarlos acorde con la amplitud de sus ángulos, la longitud de sus lados, de manera que se pueda ir sistematizando los conocimientos y preparando el camino para formas de pensamiento más formales.

Un trabajo similar pudiera realizarse con la bisectriz de un ángulo.

Para realizar el planteamiento de suposiciones o conjeturas y llegar a la proposición a partir de la intuición, sobre la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo.

5-

- a) Construir un triángulo cualquiera y denotarlo.
- b) Medir la amplitud de sus ángulos interiores y calcular su suma.
- c) Mover dos de los vértices de manera que obtengas diferentes triángulos. Tabular estos resultados para diferentes casos.
- d) Observa como varían las amplitudes de los ángulos interiores. ¿Qué sucede con la suma de dichas amplitudes?
- e) Valora a partir de los resultados anteriores si son posibles estos casos:
 - Tener dos ángulos obtusos.
 - Tener dos ángulos rectos.
 - Tener un ángulo obtuso y uno recto.

En cada caso justificar la respuesta.

Para el estudio de las rectas notables y sus propiedades.

6-

- a) Traza un triángulo, color azul, definido por tres puntos y denótalos.
- b) Marque y mida los ángulos interiores del triángulo. ¿Cuánto mide la suma de las amplitudes de los ángulos interiores?
- c) Trace la mediatriz de uno de los lados del triángulo. (recordar las propiedades)
- d) Fíjate en la mediatriz trazada. ¿Pasa por el vértice opuesto al lado?
- e) Trata de lograr, moviendo dicho vértice opuesto que el mismo se encuentre situado sobre la mediatriz. ¿Qué sucede con las amplitudes de los ángulos correspondientes a los otros vértices? ¿Qué tipo de triángulo sería según la amplitud de sus ángulos?
- f) Trace la mediatriz de otros lados. ¿Qué relación de posición tienen las dos mediatrices trazadas? ¿Pasará por ese punto la mediatriz del tercer lado?
- g) Trace la mediatriz del tercer lado. ¿Qué sucede con las tres mediatrices?
- h) Transforme el triángulo en otro cualquiera, moviendo uno o dos de los vértices. ¿Qué sucede con las tres mediatrices?
- i) Denota por O el punto de intersección de las tres mediatrices. Trata de lograr que las tres mediatrices pasen por los vértices opuestos. ¿Es posible? ¿Cómo lo lograste? ¿Qué ocurre con las amplitudes de los tres

ángulos interiores del triángulo? Clasificalo.

NOTA: como esto constituye una aproximación se sugiere que construyan un triángulo equilátero, uno recto y uno isósceles de manera que no pierdan sus características al moverlos y trazar las mediatrices para verificar los planteamientos siguientes

- j) Mueva otra vez los vértices del triángulo hasta lograr que los tres ángulos interiores sean diferentes. Trace los segmentos que tienen en extremo en el punto O y el otro en los vértices del triángulo.
- k) Mida la longitud de estos segmentos. ¿Compare estas longitudes y diga cómo son?. ¿Qué puede decir del punto O y los vértices del triángulo?.
- l) Mueva los vértices del triángulo para ver si se mantiene la igualdad de estos segmentos. ¿Se mantiene?.
- m) Trace la circunferencia definida por el punto O (como centro) y cualquiera de los vértices del triángulo. ¿Qué sucede?. ¿Cómo se llama esta circunferencia que contiene al triángulo?
- n) Mueva los vértices del triángulo. ¿Se mantiene la relación de posición entre los vértices del triángulo y la circunferencia de centro en el punto O?.
- o) Mueva uno de los vértices del triángulo de manera que el punto O sea: interior al triángulo; exterior al triángulo; esté sobre uno de los lados del triángulo. ¿Qué sucede?. ¿En el tercer caso qué amplitud tiene el ángulo opuesto a este lado? (se verifica el teorema de Thales)
- p) ¿Con todo el trabajo realizado hasta aquí a qué conclusiones llegan?
- q) Otras actividades:
 - 1. ¿Puede una mediatriz coincidir con alguno de los lados del triángulo?
 - 2. ¿Es siempre el circunscentro de un triángulo un punto interior de dicho triángulo?
 - 3. ¿Puede coincidir el circunscentro de un triángulo con alguno de sus vértices?
 - 4. ¿Puede estar situado el circunscentro de un triángulo en alguno de sus lados?
 - 5. ¿Si el circunscentro está en un lado del triángulo ¿como es el triángulo?

De manera similar se pueden realizar para el resto de las rectas notables con la adecuación a las características de cada una.

Para realizar el planteamiento de suposiciones o conjeturas y llegar a la proposición a partir de la intuición, sobre la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un cuadrilátero convexo.

7-

- a) Trazar un cuadrilátero convexo cualesquiera y denotarlo.
- b) Medir las amplitudes de sus ángulos. Tabular estas.
- c) Determinar la suma de las amplitudes de sus ángulos. Tabular estas.
- d) Transforma el cuadrilátero construido, moviendo dos o tres vértices, en los diferentes tipos de cuadriláteros que conoces. (por aproximación)
- e) Anota cómo se comporta la suma de las amplitudes de los ángulos interiores. ¿A qué conclusiones llegas?

Al abordar algunas de las propiedades del paralelogramo se diseñó la siguiente actividad.

8-

- a) Construir un paralelogramo y denota sus vértices.
- b) Traza las diagonales del mismo y determina la longitud de estas y la amplitud del ángulo agudo que se forma entre ellas.
- c) A partir del movimiento de tres vértices transforma el paralelogramo dado en:
 - Rectángulos de diferentes tamaños.
 - Cuadrados de diferentes tamaños.
 - En rombos de diferentes tamaños.
 - Tabula las medidas solicitadas en el inciso b) para diferentes casos.
- d) Anota en cada caso, según la tabla sugerida, el valor de las longitudes de las diagonales y la amplitud del ángulo que ellas forman, realiza un análisis de las anotaciones realizadas. ¿Qué puedes decir en cada caso?

Para llegar a la igualdad de las amplitudes de ángulos inscritos sobre una misma cuerda o un mismo arco, así como elaborara el teorema de Thales sobre los triángulos que tienen un ángulo interior inscrito sobre el diámetro.

9- Construir una circunferencia de centro O y cualquier radio.

- a) Trazar una cuerda y designa sus extremos por A y B respectivamente.
- b) Selecciona un tercer punto que pertenezca a la circunferencia, denótalo por C.
- c) Determina la amplitud del ángulo $\angle ACB$, del ángulo $\angle AOB$ y del arco AB. ¿cómo son las amplitudes del ángulo $\angle AOB$ y del arco AB? ¿Qué relación se puede establecer entre las amplitudes del ángulo $\angle ACB$ y del arco AB?
- d) Mueve el punto C sobre el arco capaz de AB, observa el comportamiento de la amplitud del ángulo $\angle ACB$. Compáralo con la amplitud del arco

AB. ¿Qué puedes suponer? ¿Cuál es tu conclusión?

- e) ¿Qué sucede si la cuerda AB llega a ser la máxima (el diámetro)? ¿cómo podría enunciar esta proposición?

ALGUNOS PROBLEMAS PROPUESTOS PARA DEBATIR:

Construir un triángulo equilátero; un paralelogramo; un rectángulo y un rombo.

Dado un rectángulo ABCD y un punto E en AB construir el rombo EFGH donde F, G y H pertenecen a BC, CD y DA respectivamente. Explicar los pasos de la construcción y justificar porque el cuadrilátero EFGH construido es un rombo.

Construir un cuadrado a partir de:

- a) uno de sus lados.
- b) Una diagonal.
- ¿Qué propiedad deben cumplir los ángulos de un cuadrilátero para que exista una circunferencia circunscripta a él?
- Sea ABC un triángulo rectángulo en A . Sea M el punto medio de BC . Probar que $MA = MB = MC$.
- Dados tres puntos A , B y C , construir el arco capaz del ángulo ABC con respecto al segmento AC .

En todos los casos se les debe solicitar que comparta con los compañeros sus resultados, elaboren las proposiciones, realicen búsquedas en la bibliografía orientada de proposiciones o propiedades similares o iguales a las que ellos han elaborado.

IMPACTO DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DISEÑADAS.

De la totalidad de estudiantes del 7mo. Grado del centro de referencia provincial la muestra tomada fue de un grupo de 30 estudiantes de manera aleatoria.

El propio inicio de la etapa de familiarización de los alumnos con los programas computarizados, en el que se le facilitó tiempo de máquina para que fueran elaborando hojas de trabajo donde hicieran construcciones y mediciones de las diferentes figuras planas que conocían, fue provocando en los estudiantes el despertar de un interés no usual hacia la Geometría, en la medida en que iban descubriendo las potencialidades del mismo.

Al comenzar la implementación de las actividades diseñadas se notó que los estudiantes se vieron en la necesidad de hacer un uso frecuente del vocabulario técnico de la asignatura para poder expresar los procedimientos utilizados, lo que facilitó el desarrollo y la fluidez en su utilización, así como la concientización del empleo de los conceptos implicados.

En este proceso se verificó que el mismo posibilita que el alumno despliegue todo su conocimiento al abordar los ejercicios o problemas que se presentan a la vez que comparte sus conocimientos y necesidades con otros; provocó en los estudiantes cambios de actitud ante la asignatura, sintiéndose descubridores del conocimiento.

Uno de los aspectos más apreciables fue la posibilidad de sistematizar los conocimientos geométricos anteriores ya que sobre la marcha en la realización de los ejercicios surgieron nuevas interrogante o posibles interrogantes que se podían haber sido incluidas en los ejercicios. Lo que denotó la necesidad de someter bien a debate por parte de los docentes los ejercicios diseñados.

CONCLUSIONES

Como parte de las transformaciones que se vienen desarrollando en la Secundaria Básica, y la disponibilidad de nuevos medios y recursos, es necesario que los docentes pongan en ejercicio todas sus capacidades, esfuerzos y voluntad para el cambio de una nueva forma de pensar y actuar que posibilite llevar a vías de hechos las mismas ya que de esta breve experiencia se ha podido arribar a las siguientes conclusiones:

Permite diagnosticar de forma personalizada el estado real de los alumnos, tanto carencias como potencialidades y luego trabajar de manera personalizada tanto las dificultades como aprovechar las potencialidades.

Prepara al alumno para enfrentar una forma de pensamiento de un nivel de desarrollo más formal.

Permite el manejo del vocabulario técnico de la asignatura, en tanto que tiene que compartir o socializar lo aprendido, lo cual también favorece lo educativo.

Posibilita la sistematización de los conocimientos, pues los alumnos siempre tendrán que partir de los elementos más elementales a los más complejos.

BIBLIOGRAFÍA

ACEVEDO, M. Geometría: aspectos y perspectivas de su enseñanza en la primaria./ M. Acevedo, M. Falk. __ En XIV Coloquio distrital de Matemática y Estadística. Santa Fe de Bogotá, 1997. p.

Aprendizaje Colaborativo asistido por computador: la esencia interactiva/ Paz Baeza, Bischoffshausen [et. al].__ En Contexto Educativo (soporte digital).__ No.12. __ Argentina, 1999. (<http://contexto-educativo.com.ar/1999/12/nota-8.htm>).

BRAGA, GLORIA MARÍA. Apuntes para la enseñanza de la Geometría. El modelo de enseñanza - aprendizaje de Van Hiele. __ p. 52-57. __ En Signos Teoría y Práctica de la Educación.__ No. 4, jul.- dic, 1991.

CASTELLANOS, DORIS. Educación, aprendizaje y desarrollo.__ Curso 16.__ En Pedagogía 2001. __ Ciudad de la Habana, 2001.

CROWLEY, M. El Modelo de Van Hiele de desarrollo del pensamiento geométrico. __ p 100-110. __ En Pedagogía. __ No. 13. __ México, 1998.

ESCALONA, DULCE M. La enseñanza de la geometría demostrativa. __ p. 41-47. __ En Revista Educación. __ No. 97. __ La Habana, 1999.

ESTRADA DUALLO, MARIO. [et.-al.]. La Enseñanza de la Geometría asistida por computadoras en la secundaria básica cubana. __ p. 763-769. __ En: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. __ V. 15, Tomo 2. __ Argentina, 2002.

LABARRERE, ALBERTO. Pensamiento. Análisis y autoregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos. __ Ed. Pueblo y Educación. __ Ciudad de La Habana, 1996.

MINED. Programa de Matemática para las Secundarias Básicas seleccionadas. Curso escolar 1999-2000. (Folleto). Ciudad de La Habana, 1999.

SEPULVEDA HERRERA, JORGE ANDRES. Técnicas Grupales. __ En soporte electrónico Internet (www.monografia.com)

SILVESTRE ORAMAS, MARGARITA. Aprendizaje, educación y desarrollo. __ Ed. Pueblo y Educación. __ Cuba, 1999. 117 p.

_____. ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje?. Margarita Silvestre Orama, José Zilberstein Toruncha. __ Ed. CEIDE. __ México. 2000. __ 107 p.

_____. Enseñanza y aprendizaje desarrollador. Margarita Silvestre Orama, José Zilberstein Toruncha . __ Ed. CEIDE. __ México, 2000. 115 p.

TALÍZINA, N. Psicología de la enseñanza. __ Ed. Progreso. __ Moscú, 1988. p.

TORRES, PAUL. La enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: logros y retos. (Pendiente a publicar). Ciudad de la Habana, 2000.