

## **Enseñanza de la modelación mediante ecuaciones diferenciales ordinarias: ¿Desarrollo de habilidades o competencias?**

**Teaching of mathematical modelling by means of ordinary differential equations:**

**Development of abilities or competences?**

*Lianet Pérez Rodríguez*<sup>1</sup>

*Rafael Mauro Ávila Ávila*<sup>2</sup>

*Odet López Batista*<sup>3</sup>

### **Resumen**

La enseñanza y aprendizaje de la modelación matemática mediante ecuaciones diferenciales ordinarias continúa siendo uno de los retos en la educación matemática universitaria. Un empeño en hacer más efectivo dicho proceso en el contexto de la práctica educativa en las universidades, requiere de nuevos enfoques en calidad de alternativa a la vía tradicional de refuerzo y desarrollo de habilidades, tal y como lo representa el enfoque por competencias. En este trabajo se caracteriza en sus rasgos generales dicho enfoque, en aras de ofrecer elementos diferenciadores del enfoque que sustenta elementos rectores como los objetivos y las habilidades. También se valoran las potencialidades del plan de estudios E de la carrera de Licenciatura en Matemática para la enseñanza de la modelación mediante el empleo de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) desde la perspectiva de competencia.

*Palabras clave:* ecuaciones diferenciales ordinarias, proceso de enseñanza y aprendizaje,

---

<sup>1</sup> Licenciada en Educación. Especialidad Matemática. Profesora Instructora. Departamento de Matemática Universidad de Holguín, Cuba, Email: [lperezr@uho.edu.cu](mailto:lperezr@uho.edu.cu) ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5184-3479>

<sup>2</sup> Licenciado en Educación. Especialidad Matemática. Doctor en Ciencias. Profesor Titular. Departamento de Matemática, Universidad de Holguín, Cuba. E-mail: [ravilaa62@gmail.com](mailto:ravilaa62@gmail.com) ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9449-0236>

<sup>3</sup> Licenciado en Educación. Especialidad Matemática. Máster en Ciencias de la Educación, Profesor Asistente. Departamento de Matemática, Universidad de Holguín, Cuba. E-mail: [odettelopezbatista@gmail.com](mailto:odettelopezbatista@gmail.com) ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3169-7715>



### **Abstract**

The teaching learning process of mathematical modeling by means of ordinary differential equations (ODE) represents a challenge in the university mathematical education. A way to do more effective that process in the context of the educative practice in the universities requires of new approaches as alternative to the traditional way of reinforcement and development of skills, as the competence approach. The work characterizes the referred approach in its general features in order to offer differentiator elements form the approach supporting rector elements as objectives and skills, as well as it is valuing the potentialities of Study Plan E of the Mathematical Career in Cuba for the teaching of modelling with the help of ode

*Keywords:* ordinary differential equations, teaching learning process, competence modelling

### **Introducción**

La modelación mediante EDO constituye un tema al cual se le han dedicado disímiles investigaciones. En la etapa más reciente de la historia del proceso de enseñanza aprendizaje de la misma, se ha suscitado el debate en cuanto al propio concepto de modelación, las etapas en que se divide el proceso, los diversos criterios empleados para la clasificación de los modelos y la manera de imbricar diferentes aspectos que inciden en dicho proceso como las habilidades y las competencias a la luz del desarrollo tecnológico actual. Una aspiración mayor reside en el abordaje más amplio de la modelación matemática como proceso. Este no sólo constituye una herramienta para la ejemplificación de aplicaciones de este tipo de ecuaciones en otras esferas de las ciencias.

La Real Academia de la Lengua Española atribuye al término modelar el significado de

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

acción de configurar o conformar algo o la de ajustarse a un modelo, por solo citar dos acepciones. La última, necesariamente, implica adoptar una definición de modelo y muestra una diferencia en relación con modelizar, cuyo significado refiere la construcción de un esquema o modelo teórico (Real Academia, s/f). No obstante, el vocablo modelación se refiere muchas veces a la modelización entendida como acción y efecto de modelar; en tal sentido se emplea este último término en el marco del presente artículo.

La modelación en un sentido amplio y la modelación matemática en uno más concreto, encuentran su expresión en disímiles definiciones, señal de que constituyen un tópico de perennes indagaciones. En el ámbito general, el primero se considera una actividad científica desplegada con el objetivo de ofrecer solución a problemas de otras ciencias que así lo requieran, de manera que los conceptos matemáticos se emplean como parte de un proceso de abstracción y simplificación del fenómeno; obedece a problemas que comúnmente no han sido abordados o se abordan de una manera diferente y generalmente es externa a factores educativos (Silva, 2018).

Haines & Crouch (2007), caracterizan la modelización matemática como un proceso cíclico en el cual los problemas de la vida real se traducen a un lenguaje matemático, se resuelven en el contexto de un sistema simbólico y las soluciones que son obtenidas se constatan con el sistema de la vida real. Por su parte, Verschaffl et al. (2002) consideran también la modelización matemática como proceso en el que las situaciones de la realidad y las relaciones entre estas se expresan mediante la adecuada terminología matemática. Todas estas perspectivas, enfatizan en ir más allá de las características físicas de una situación real para examinar sus características estructurales mediante las matemáticas.

Los futuros egresados de las universidades en la especialidad de Matemática, deben

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

tener la capacidad de razonar y aprender cómo resolver problemas científicos. Tales problemas, en los que el aparato conceptual vinculado a las EDO es elemento básico, ofrecen muchas posibilidades de mostrar todas las destrezas adquiridas en los estudios de pregrado. Esto se debe a que están muy relacionados con una variedad grande de situaciones en diferentes campos de la actividad práctica. No son pocas las veces en que el estudio de los problemas cuyas formulaciones se realizan en términos de dichas ecuaciones, refieren los mismos fenómenos físicos, químicos o biológicos. No obstante, la modelación es una vía de aproximación al conocimiento de la realidad que puede abarcar un amplio espectro de ramas de las ciencias y esferas de la naturaleza y la sociedad

La idea de utilizar el desarrollo de procesos de modelación matemática como una estrategia con el fin de que el estudiante integre los saberes matemáticos y aquellos correspondientes a otras áreas, constituye una tendencia no despreciable (Brito et al, 2011). De esta forma, se viabiliza el logro de una mayor visibilidad sobre el poder de aplicación de la Matemática. En consonancia con ello, tiene lugar una mejor apropiación de los conceptos matemáticos y mayor destreza en la lectura, interpretación, formulación y resolución de problemas.

La modelación es esencial para el estímulo de la creatividad, el uso de la tecnología y el desarrollo de proyectos que propicien el trabajo en grupo, además, de propiciar la adquisición de habilidades en la orientación y capacidad de redacción de investigaciones. En este enfoque estratégico, se detecta el uso del término habilidad, que es característico en las investigaciones que tienen por centro el proceso de enseñanza aprendizaje del proceso de modelación.

Algunos autores se apartaron del enfoque tradicional de habilidad en una etapa temprana

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

del presente siglo. Los mismos enfocaron la modelación matemática como una competencia mediante la cual es posible cumplimentar con éxito todo el proceso de modelación (Blomhoej y Højgaard, 2003). Los mismos tuvieron en cuenta en su análisis, factores cognitivos, sociales y afectivos e investigaron sus particularidades y estructura.

No se pueden negar las ventajas del desarrollo de ejercicios de modelación en un contexto docente que tenga más en cuenta el componente afectivo. No obstante, es justo reconocer las dificultades que entraña el aprendizaje de la modelación solo en dicho marco. Ello se corresponde con lo que afirman algunos autores, al considerar que en el caso de estudiantes que tuvieron una vivencia de enseñanza en las formas tradicionales, la resistencia a la modelación es significativa ya que este método requiere más empeño en los estudios, requiere la investigación y la interpretación del contexto (Brito et al, 2011).

Por consiguiente, uno de los retos en relación con la modelación mediante EDO y su enseñanza y aprendizaje, reside en fortalecerla con ayuda de vías que aborden el tema desde un enfoque que posibilite superar las limitaciones existentes. Para tales empeños, el camino tradicional de refuerzo y desarrollo de habilidades en los programas de estudio, continúa explorándose.

Sin embargo, en el contexto actual, cada vez más se aborda la temática en términos del desarrollo de competencias. El objetivo principal de la investigación que se presenta consiste en caracterizar de manera general ambos enfoques, con el ánimo de comprender en qué se diferencian, y valorar las potencialidades del plan de estudios para la enseñanza de la modelación mediante el empleo de EDO desde la perspectiva de competencia.

### **Desarrollo**

#### **Clarificación de conceptos**

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Una mejor comprensión de los temas abordados en la investigación, se puede lograr mediante el esclarecimiento del significado de los términos habilidad y competencia. Las habilidades matemáticas son estudiadas en general por psicólogos, pedagogos, matemáticos, metodólogos y otros, desde diversos puntos de vista. Los temas asociados a ellas tratan de los procesos de pensamiento evidenciados en la resolución de diferentes problemas matemáticos en un marco amplio. Tales procesos no están desvinculados de la capacidad, entendida como potencial de aprender a realizar una acción concreta y que corresponde a una serie de aptitudes propias de la naturaleza del ser humano.

La habilidad alude a la capacidad de realizar una acción o actividad con destreza y facilidad; por ende, corresponde a la misma capacidad innata del humano llevada a la práctica; es una facultad para efectuar procedimientos con eficiencias y, por tanto, capacidad de realizar acciones de manera correcta en relación con el logro de los objetivos planteados, como refiere Williner (2014).

El uso del concepto de competencia, al parecer, se remonta al diálogo platónico Lisis (López, 2016). En el mismo se emplea la palabra ikanótis (ικανότης), cuya raíz es ikano, que se deriva de iknoumai, y que quiere decir llegar. Por ende, puede ser traducida como la cualidad de ser ikanos, ser capaz, tener la habilidad de conseguir algo, una cierta destreza para lograr aquello que se pretende. Mulder, et al., 2007 han abundado sobre esta visión desde la historia del término. Otros (Agut y Grau, 2001) consideran que ya en el siglo XV se usó el verbo competir en sustitución de la expresión pelear con. Ello dio paso a la conformación de sustantivos y adjetivos relacionados, entre los cuales, están competencia, competidor y competitivo. El vocablo competencia, era usado en general, para expresar la oposición de dos o más personas.

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

A partir de un análisis de las fuentes conceptuales de la noción de competencia, se identifica una perspectiva histórica, que alude a ser capaz, tener una destreza, tener la habilidad de conseguir algo, capacidad. Otra perspectiva etimológica que se refiere a responder, estar de acuerdo con, ir al encuentro una cosa de otra, aspirar a algo, ser adecuado; y una perspectiva semántica cuyas alusiones se corresponden con aptitud, idoneidad o se refieren a quien conoce cierta ciencia o materia o es experto en alguna cosa que expresa (López, 2016).

El empleo del término en el argot pedagógico se basa en el uso que se da al mismo de manera continua o habitual de algo, no obstante, a que el sentido en que se usa no se corresponde siempre con su significado. En tal contexto, competencia hace referencia a cierta habilidad realizada con un grado de experticia, luego de que se ejecuta con cierta constancia y éxito.

Sin embargo, al abordarse el concepto de competencia profesional se alude que es, resultado de la integración, esencial y generalizada de un complejo conjunto de conocimientos, habilidades y valores profesionales, que se manifiesta a través de un desempeño profesional eficiente en la solución de los problemas de su profesión, pudiendo incluso resolver aquellos no predeterminados. De ello se infiere que en unos casos es una habilidad y en otros, resultado de un conjunto de ellas.

Un enfoque integrador del concepto es apropiado a los fines de esta investigación, puesto que representa una actuación integral que permite articular, activar, sintetizar, movilizar y combinar los saberes (conocer, hacer y ser) con sus diferentes atributos. En consecuencia, se relaciona con modos de actuación, el ejercicio de la profesión y la realización de actividades y tareas. Ello ofrece la posibilidad de identificar, interpretar, argumentar y resolver problemas,

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

actualizando lo que se sabe y poniendo en práctica lo aprendido para lograr los objetivos planteados, respondiendo a las exigencias individuales o sociales formando parte del ser integral que es la persona (López, 2016). El carácter dinámico de la competencia está dado por la posibilidad de ser objeto de enseñanza y aprendizaje, de modo que puede alcanzarse y evolucionar en el proceso docente educativo.

**Habilidades y Competencias: diferencias y algo más**

De acuerdo a lo expresado en la sección anterior, se infieren diferencias entre habilidades y competencias. Algunos de los elementos diferenciadores que se han propuesto se basan en una tipología de criterios agrupados por su naturaleza de manifestación, naturaleza de las tareas y motivo principal, entre otras (Agut y Grau, 2001). A partir de ello, la manera en que se realiza la tarea es apropiada para establecer dicha diferenciación, por cuanto puede implicar la movilización en la búsqueda del desempeño óptimo y el mejoramiento constante de los resultados a obtener.

El cumplimiento de cierta tarea con éxito y no más, involucra la habilidad; pero si ello involucra, además, el empleo de todos los conocimientos orientados a la obtención de la máxima eficiencia en el desempeño, se está en presencia de una competencia. Esto se corresponde con la idea de Tobón (2006) en el contexto pedagógico, quien relaciona el propio concepto de competencias con el desempeño del sujeto, su idoneidad y responsabilidad en un contexto específico.

Muy a pesar de la existencia de una literatura abundante en relación con las competencias en la educación, la extensión de las mismas a la práctica pedagógica y didáctica en Cuba no está exenta de dificultades que requieren una mayor profundización. Por tal motivo, el trabajo por una educación que se oriente al desarrollo de habilidades o hacia el

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

desarrollo de competencias, representa una dicotomía que suscita contradicciones entre los pedagogos y los que se dedican a la didáctica de la Matemática, entre otros especialistas.

La crítica a la competencia se centra en que se reconoce la existencia de más de doce decenas de significados asociados, por lo que puede resultar impreciso emplear el término, muy a pesar del interés que despierta su utilización y lo atractivo en los nuevos escenarios. Incluso pueden diferenciarse los conceptos definidos de competencias, según la finalidad de su uso, ya sea en el ámbito laboral, el psicológico, el didáctico, así como el pedagógico.

Las contribuciones desde lo didáctico, sin embargo, ofrecen la posibilidad de avanzar en la conceptualización del aprendizaje por competencia, adaptado a las condiciones de la realidad educativa cubana, considerando nuevos escenarios en lo económico y lo social. La definición dada por Valcárcel (2016) se ajusta a esta línea, pues también se considera que es el conjunto de conocimientos, atributos, valores, actitudes y destrezas que se desarrollan a través de la instrucción formal o no formal mediante un aprendizaje significativo para posibilitar el desempeño eficaz de un individuo.

A partir de una amplia revisión, algunos autores como Cueto et al. (2020) llegan al consenso de que las definiciones de competencia exhiben mezclas de diversos términos, entre los que están acciones, comportamientos, idoneidad, construcción social, capacidad, atributos, procesos complejos y configuración psicológica. Ello evidencia gran dispersión en las acepciones del término e imprecisiones. Una crítica más aguda pone en duda el despliegue del aprendizaje basado en las competencias al esgrimir que no existen argumentos teóricos para emplearlo eficientemente en el contexto de la formación en Cuba, si se tienen en cuenta los postulados de la psicología de orientación dialéctico-materialista.

Las cuestiones filosóficas que se involucran, requieren una exploración de mayor

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

alcance en las concepciones de los clásicos del paradigma materialista-dialéctico, si bien investigaciones profundas y de larga historia se han realizado en un marco tradicional apegado a él. De ahí que en sus fundamentos estribe la concepción del aprendizaje que incorpora la habilidad como una categoría de mayor trascendencia en lo psicológico, pedagógico y didáctico para lo cual se asume el objetivo como componente rector del proceso al considerar el vínculo de la instrucción con la educación (Cueto et al., 2020).

No queda claro, sin embargo, por qué si la competencia se entiende como conjunto de habilidades o como una habilidad por diversos autores, tal vínculo no se evidencia. Por ende, es discutible la no viabilidad del término competencia en el contexto educativo cubano, bajo el solo argumento de que la habilidad, establecida en la escuela histórico-cultural de Vigotsky resume en sí misma lo cognitivo, lo afectivo y lo actitudinal y posibilite la formación integral de la personalidad, expresada en el desempeño profesional, como si el término profesional competente fuera algo esotérico, antivigotskiano, antidualéctico.

El enfoque por competencias constituye una alternativa en la formación profesional para dar respuesta a demandas del mercado laboral en otros entornos. No obstante, reviste especial importancia en momentos en que una parte del sector económico cubano adquiere cada vez más protagonismo dado el papel que se le ha atribuido a los nuevos actores económicos, con un componente regulado en cuanto a la presencia de formas de propiedad no tradicionales en el país.

Tejeda y Sánchez (2012) enfatizan en el desarrollo de competencias relacionado con el logro de un buen desempeño laboral asociado impactos sobre la sociedad. Además, según estos autores, tal enfoque educativo posibilita destacar la relación educación-empleo de modo que sirve de cierta garantía para la formación de recursos humanos en un contexto en el cual el

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

patrón de empleabilidad se relaciona con el aumento de la calidad y capacidad del ser humano.

En tal sentido, es lícito orientar inicialmente la investigación hacia la introducción de dicho enfoque, en ámbitos de la educación matemática universitaria, en especial los asociados a la formación de profesionales de esta especialidad, teniendo en cuenta las diversas asignaturas que forman parte de los programas lectivos como Ecuaciones Diferenciales ordinarias.

**Modelación: ¿habilidad o competencia matemática en la asignatura Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en la carrera de Licenciatura en Matemática?**

En el plan de estudios E (2019) de la carrera de Licenciatura en Matemática, se declaran varios problemas profesionales que debe resolver el egresado de la especialidad. Entre éstos se encuentran los que exigen la construcción y/o aplicación de modelos matemáticos en colaboración con otros profesionales de diversas ciencias, así como la asesoría en la construcción de los modelos que las investigaciones de tales profesionales lo requieran.

El referido plan incluye los modos de actuación del matemático de perfil amplio, que contemplan disímiles habilidades, entre las que se resaltan: participar en la elaboración, construcción, aplicación e interpretación de los resultados de los modelos matemáticos; participar en la elección de los métodos matemáticos adecuados a la investigación de los modelos construidos; asesorar a otros profesionales en la aplicación de los modelos y métodos matemáticos. De ello se infiere la importancia que se le confiere al desarrollo de habilidad modelar para la formación profesional.

La asignatura Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, constituye una de las más idóneas para propiciar un desarrollo y fortalecimiento de la modelación matemática. Las habilidades del nuevo plan contemplan la resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden de diferentes

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

tipos, las de órdenes superiores y resolver el problema de encontrar la solución de ecuaciones de ese tipo considerando las condiciones iniciales (problema de Cauchy). De igual forma se declara como habilidad la resolución de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas y no homogéneas y sus sistemas de ecuaciones, especialmente con coeficientes constantes.

El plan aludido concreta la importancia del desarrollo de la modelación matemática como una herramienta para la formación del matemático. Dicha herramienta es, a nuestro juicio, de tipo integrador, por cuanto, si la Práctica Profesional del Matemático, como disciplina integradora, promueve el trabajo en equipos multidisciplinarios y uno de los problemas más comunes que el egresado de la especialidad debe resolver en el eslabón de base.

Esto lo constituye el desarrollo, la aplicación e interpretación de los resultados de modelos matemáticos, según el Plan E, (MES, 2019), el abordaje de los modelos en tal contexto integra diversos conocimientos, por una parte, y por otra exige la necesaria vinculación con profesionales de otras ramas como la Física, la Biología, la Economía y la Química por citar unas pocas.

Mientras que los planes anteriores han estado centrados en las habilidades, no es menos cierto que el último en particular hace referencia en varias de sus partes al término competencia. Según el Plan E, vigente en la actualidad, en la referida disciplina Práctica Profesional del Matemático (PPM), antes de formular los objetivos de la misma declara que en términos generales, el objetivo es que los estudiantes adquieran los conocimientos, habilidades y actitudes inherentes a la profesión del matemático de perfil amplio, entre las cuales se destacan las siguientes competencias.

No son escasas las partes del texto que refieren tal término. Así aparecen terminologías como las declaradas a continuación: el conocimiento de las competencias necesarias para la

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

resolución de problemas; competencias específicas que forman parte de cada una de las asignaturas optativas de cada disciplina; la garantía de que el plan disponga de un fondo de tiempo para incluir asignaturas electivas, de modo que el objetivo de formar esas competencias se cumpla; la formación de competencias para la comprensión del lenguaje de otros profesionales lo cual resulta indispensable en el desarrollo de trabajos en equipos multidisciplinarios; e incluso, muchas de las actividades previstas en el plan de estudios E tienen por objetivo la formación de competencias para el trabajo en equipos multidisciplinarios.

Al abordar los objetivos de la disciplina PPM, las competencias se incluyen entre las habilidades, conocimientos y actitudes inherentes a la profesión del matemático de perfil amplio. Asumimos que una de tales competencias consiste en aplicar los conocimientos y habilidades adquiridos en las restantes disciplinas y en las asignaturas propias, optativas y electivas de la carrera para la modelación y resolución de problemas reales, (Plan E, 2019).

En el ámbito de los planes de estudio cubanos, es conveniente esclarecer la terminología que refiere la competencia matemática, teniendo en cuenta el interés que hace un tiempo ha despertado en la comunidad científica los términos competencia y modelación por competencia. De hecho, en el estado en que se presenta en el plan E, resulta útil considerar si la aplicación de conocimientos y habilidades es una competencia para la modelación, o esta se considera como una competencia junto a otras no menos importantes que son atributos del profesional de dicha ciencia.

Las competencias matemáticas son aludidas en diversos casos como capacidad para desarrollar y aplicar el pensamiento matemático, la habilidad general de resolver problemas una vez que se traducen al lenguaje apropiado o una competencia de tipo específico como puede ser la comunicativa (Marcos, 2008). En tales contextos, las destrezas se refieren a conjunto de

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

habilidades, por una parte, mientras que, por otra las propias competencias se conceptúan también con el mismo término, lo que sugiere una tautología.

En casos como este último, se da por definido el concepto de competencia matemática y se abunda sólo en una. No obstante, partiendo del carácter polisemántico, complejo y dinámico del término competencia (D'Amore et al., 2008), hay abordajes del mismo que conjugan las aproximaciones epistemológicas y filosóficas y el proceso de formación y desarrollo de las competencias matemáticas, tomando como punto de partida, la enseñanza y aprendizaje de sus contenidos (García et al., 2011).

Una definición a tono con cualidades y actitudes intelectuales, se asocia al Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) en etapa escolar. En el marco del mismo se analiza la medida en que los estudiantes que se acercan al final de la educación obligatoria, han adquirido algunos de los conocimientos y destrezas, especialmente en matemáticas, lectura y ciencias, que son esenciales para su participación en la sociedad moderna.

EL PISA define la competencia matemática con determinados propósitos auxiliada de procesos del pensamiento lógico orientados hacia determinados fines. De ahí que se presente como capacidad de los individuos para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos, que incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, hechos e instrumentos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. La misma los ayuda al reconocimiento del papel jugado por las matemáticas en el mundo y a la formulación de juicios, así como a la toma de decisiones fundamentadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y constructivos (OCDE/PIZA, 2012).

Las idas básicas que aparecen en el concepto anteriormente definido, muy a pesar de que sirven de guía para su exploración en ambientes escolares, son extrapolables a otros

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

entornos como el universitario, si bien los programas de estudios se enfocan en el espíritu de las habilidades. Las ecuaciones diferenciales ordinarias, tal y como se proyecta en el nuevo plan de estudios, al jugar un rol fundamental, posibilitan la modelación de procesos y fenómenos en las ciencias naturales, la naturaleza en general, la ingeniería y la tecnología (Plan E, 2019). Dicho plan tiene un amplio alcance en cuanto a la formación de un profesional dotado de las herramientas necesarias para la modelación.

No basta sólo con resolver las ecuaciones involucradas, mediante diferentes métodos como aparece en el sistema de habilidades, si bien resulta primordial. Hay que situar el subproceso de resolución como parte de todo un proceso, que no obvia interiorizar la importancia de realizar las tareas que se realizan, qué procesos podrían ser descritos por las ecuaciones aludiendo al contexto en que la matemática se aplica, qué hecho podría predecirse a partir de la solución encontrada, en fin, se trata de mejorar el desempeño del estudiante en general enfocado a su futuro egreso y no únicamente en el marco curricular, lo que remite a las competencias que integran diferentes aspectos y no sólo las habilidades separadas de contextos e independientes de aplicaciones (Valderrama, 2021).

El tema acerca de si la competencia modelación y la habilidad de modelación son conceptos diferentes o el referido a la posibilidad de identificar sub-competencias o sub-habilidades en la competencia modelación, constituye una línea orientadora en las investigaciones didácticas iniciada en etapas tempranas del presente siglo en trabajos como los de Blum et al. (s/f). A partir de la necesidad de conocimientos fácticos y destrezas técnicas como prerrequisitos necesarios, aunque no suficientes, para la competencia matemática, Niss, (2003) siguiendo la referida línea investigativa, la define como capacidad de comprender, juzgar, hacer y utilizar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra-

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

matemáticas en las que ellas desempeñan o podrían desempeñar determinado papel.

La definición es enriquecida por el propio Niss en términos de capacidad de identificar cuestiones relevantes, variables, relaciones o hipótesis pertinentes en una situación dada del mundo real, de traducirlas al lenguaje matemático y de interpretar y validar la solución del problema matemático resultante en relación con la situación dada, así como la capacidad de analizar o comparar modelos dados mediante la investigación de las hipótesis formuladas, la comprobación de las propiedades y el alcance de un modelo dado (Niss et al., 2007).

Teniendo en cuenta las ideas de Niss, se identifica una competencia matemática de tipo general o global. Además, se identifican otras diferenciadas de aquella, denominadas sub-competencias, que se asocian a determinadas capacidades manifiestas en la ejecución de sub-procesos parciales del proceso de modelación en conjunto (Kaiser, 2007; Maaß, 2006; Niss, 2003).

En tal sentido se tienen: pensar matemáticamente o dominar los modos de pensamiento matemático; plantear y resolver problemas; modelar matemáticamente o analizar y construir modelos; razonar matemáticamente; representar entidades matemáticas como objetos y situaciones; manipular símbolos matemáticos y formalismos; comunicar acerca de las matemáticas con matemáticos y no matemáticos; utilización de ayudas y herramientas incluidas las tecnologías de la información.

La modelación basada en EDO, a la luz del plan de estudios E, cumple con todas las características definitorias de aquella como competencia, por cuanto tanto el análisis, como el planteamiento de problemas, la construcción de diversos modelos y la manipulación de símbolos y formalismos, entre otros rasgos, son inherentes en el proceso. En línea con lo expresado, también se encuentra la referencia que Maaß (2006) hace a Blum y Kaiser (1997),

quienes detallan diversas sub-competencias.

Entiéndase que la competencia modelación mediante EDO requiere entre las sub-competencias más relevantes a considerar, comprender el problema real y establecer un modelo basado en la realidad lo que implica el reconocimiento de cantidades que influyen en la situación, denominación de las mismas e identificación de las variables clave así como construcción de relaciones entre las mismas; la construcción del modelo matemático a partir del modelo real que tiene implícito la matematización de magnitudes y relaciones, reducción de su número y complejidad, elección de las notaciones matemáticas apropiadas, entre otras.

Otras que se involucran son: sub-competencias para resolver problemas matemáticos en el marco del modelo diferencial construido, dado que es típico el uso de estrategias heurísticas como es el caso de la división del mismo en problemas parciales, y la reformulación de los problemas originales; las sub-competencias para interpretar resultados matemáticos en una situación real y las asociadas a la validación de la solución que exigen la revisión crítica y la reflexión acerca de las soluciones encontradas; la revisión de algunas partes del modelo o realizar nuevamente el proceso de modelado si las soluciones no se ajustan a la situación, entre otras.

Según Blum (2015), la competencia modelización es también una capacidad de construir, utilizar o adaptar modelos matemáticos realizando los pasos del proceso de forma adecuada y apropiada al problema, así como analizando o comparando modelos dados. En consecuencia, tal competencia es un constructo multidimensional que se corresponde con las ideas de Maaß (2006), puesto que puede interpretarse como una combinación de las diferentes sub-competencias referidas. Las mismas pueden caracterizarse de acuerdo con el ciclo de modelización en siete etapas (Greefrath y Vorhölter, 2016; Wess et al., 2021).

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Se contemplan entre otras, la construcción de modelos mentales dada una situación problemática y la comprensión del problema (comprensión); separación de la información importante y la no importante sobre la situación real (simplificación); traducción de situaciones reales convenientemente simplificadas en modelos matemáticos como términos, ecuaciones, figuras, diagramas, funciones (matematización); aplicación de estrategias heurísticas y conocimientos matemáticos para resolver problemas matemáticos (trabajo matemático); traslado de los resultados obtenidos en el modelo a la situación real (interpretación); comprobación de los resultados obtenidos con ayuda del modelo con la situación real para su adecuación (validación); trasladar las respuestas encontradas en la situación modelada a la situación real y de ese modo ofrecer respuesta a las que se derivan de esta (exposición o presentación).

La modelación mediante ecuaciones diferenciales ordinarias cumple tanto con la definición de Blum como con el ciclo de modelación referido.

### **Conclusiones**

La utilización de los términos habilidades en el marco de los programas de ecuaciones diferenciales ordinarias en el ámbito de la carrera de Licenciatura en Matemática han caracterizado la puesta en práctica de los mismos, si bien se identifica un uso del término competencia sin una adecuada precisión del sentido en que se emplea en su referencia al modelo del futuro profesional.

Las definiciones de competencias matemáticas y la modelación matemática como competencia no se alejan de la práctica educativa y didáctica en el marco de la educación matemática universitaria en Cuba. Tal y como está conceptuado el nuevo plan de estudios (E) para la carrera de Licenciatura en Matemática, se identifican oportunidades para la introducción

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

de las ideas que gravitan alrededor de estas definiciones que promueven el enfoque por competencia de la modelación matemática, como alternativa al abordaje tradicional que hasta ahora se ha hecho en término de las habilidades asociadas a este importante proceso, que tributa a la formación de un profesional de las ciencias matemáticas competente.

### Referencias

- Agut, S., y Grau, R. M. (2001). Una aproximación psicosocial al estudio de las competencias. *Revista de relaciones laborales*, 9(2), 13-24.
- Blomhøj, M., & Højgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*. 22(2), 123-139.
- Blum, W. & Kaise (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft. 63-78
- Blum, W. (2015). *Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?* Springer International Publishing AG Switzerland Springer Science+Business Media.
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Application and Modelling in Mathematics Education – Discussion Document. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 23(3/4), 262-280.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H., & Niss, M. (s.f.). Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study. Springer.
- Brito, M., Alemán, I., Fraga, E., Para, L, J., y Arias, R. (2011). *Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. Ingeniería Mecánica*. 14(2) pp. 129-139

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Cueto Marín, R. N., Piñera Concepción, Y. D. L. C., & Bonilla Vichot, I. (2020). Competencias, habilidades y desempeño. Apuntes y reflexiones para un debate en la formación pedagógica cubana. *Revista Mendive*, 18(3), 702-717.

D'Amore, B., Godino, J., y Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemática*. Magisterio, Bogotá.

García, B., Coronado, A., y Montealegre, L. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 159-169

Gravemeijer, K. P., Lehrer, R., van Oers, H. J., & Verschaffl, L. (s.f.). *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education*. Springer International Publishing AG Switzerland Springer Science & Business Media.

Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries*. Springer.

Haines, C., & Crouch, R. (2007). *Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks*. Springer International Publishing AG Switzerland Springer Science & Business Media.

Kaiser, G. (2007). *Modelling and Modelling Competencies in School*. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.). *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. Proceedings from the twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications. Chichester: Horwood.

López, E. (2016). En torno al concepto de competencia: un análisis de sus fuentes. Profesorado, *Revista de currículum y formación del profesorado*. 20(1), 47-57

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38(2), 146-156

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Marcos, G. (2008). *Un modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo*. Colección Digital Eudoxus.

Mulder, M., Weigel, T., & Collins, K. (2007). The concept of competence in the development of vocational education and training in selected EU member states: a critical analysis. *Journal of Vocational Education & Training*, 59(1), 67-88.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). *Introduction*. In Werner Blum, P., Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI* pp. 3-32. MA: Springer.

Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project*. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education* pp. 116–124. Athens: The Hellenic Mathematical Society.

MES. (2019). *Plan de Estudios E Carrera Licenciatura en Matemática*. La Habana.

Real Academia, D. I. (s.f.). *Diccionario de la Lengua Española*. Edición Tricentenario.

Silva, C. A. (2018). *Estrategia de modelación Matemática para la comprensión de un fenómeno físico de variación*. [Tesis doctoral]. Universidad Estatal. Colombia.

Tejeda, R., y Sánchez, P. R. (2012). *La formación basada en competencias profesionales en los contextos universitarios*. Manabí: Mar Abierto.

OCDE/PIZA. (2012). *Competencias en Matemáticas*. PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Student Performances in mathematics, reading and sciences, volume I. PISA, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en>  
<http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/Pisa2012>

Tobón, S. (2006). *Aspectos básicos de la formación basada en competencias*. Proyecto Mesesup.

Valcárcel, N. (2016). *La UMSA en la excelencia académica*. La Paz: Universidad de San Andrés.

## ENSEÑANZA DE LA MODELACIÓN MEDIANTE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

- Valderrama, D. (2021). Competencias matemáticas: una mirada desde las estrategias de enseñanza en educación a distancia. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 16(2), 382-398.
- Verschaffl, L., Greer, B., & De Corte, E. (2002). *Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems*. En libro: Simbolización, modelado y uso de herramientas en la educación matemática. pp. 257-276
- Wess, R., Klock, H., Siller, H.-S., & Greefrath, G. (2021). *Measuring Professional Competence for the Teaching of Mathematical Modelling. A Test Instrument*. Springer Nature, Switzerland AG.
- Williner, B. (2014). Habilidades matemáticas referidas el concepto de Derivada y uso de tecnología. *Revista de Didáctica de la Matemática*, 87(1), 101-124.