

Ejercicios de aplicación de las funciones lineales y cuadráticas para la formación inicial del profesor de Matemática

Exercises of application of linear and quadratic functions for the initial training of the Mathematics teacher

Lisbet Dianeyis Oliva Rojas¹

Luis Alberto Rodríguez Núñez²

Marisol García Báez³

Resumen

La inclusión de las funciones elementales en los currículos escolares es incuestionable. Esto se debe, fundamentalmente, a que las relaciones funcionales son una manifestación cuantitativa de la relación causa-efecto en diversos fenómenos, lo que le confiere gran importancia en el estudio de la naturaleza y en el desarrollo de la humanidad. Sin embargo, existen insuficiencias en el aprendizaje de este contenido en los diferentes niveles de enseñanza y en la formación de docentes de Matemática. Partiendo de un análisis del tratamiento de este contenido en diferentes planes de estudio de la carrera Licenciatura en Educación Matemática de los centros pedagógicos de la Educación Superior e integrando los referentes filosóficos, sociológicos, psicológicos,

¹ Licenciada en Educación, especialidad Matemática-Física. Profesora Asistente. Departamento de Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas, Cuba. E-mail: lisbetr@ult.edu.cu. ORCID (<https://orcid.org/0000-0002-6448-84062>)

² Licenciado en Educación, especialidad Matemática. Máster en Educación. Profesor Auxiliar. Departamento de Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas, Cuba. E-mail: luisalberto@ult.edu.cu. ORCID (<https://orcid.org/0000-0001-5639-8917>)

³ Licenciada en Educación, especialidad Matemática. Máster en Educación. Profesor Auxiliar. Departamento de Matemática-Física de la Universidad de Las Tunas, Cuba. E-mail: luisalberto@ult.edu.cu. ORCID (<https://orcid.org/0000-0001-8454-5558>)



Fecha de recepción: 13-12-2022

Fecha de aceptación: 16-10-2025

Creative Commons Atribución 4.0

pedagógicos y didácticos se elaboró una propuesta de ejercicios donde se valoran las potencialidades de la aplicación de las funciones lineales y cuadráticas a diversas situaciones vivenciales. Los resultados obtenidos con su implementación permitieron la participación activa y consciente de los estudiantes en el desarrollo de las actividades docentes, favoreciendo la autorregulación en el aprendizaje y la identificación de posibles errores durante la enseñanza de este contenido.

Palabras clave: función, función lineal, función cuadrática, ejercicios.

Abstract

The inclusion of elementary functions in school curricula is questionable. This is due, fundamentally, to the fact that the functional relationships are a quantitative manifestation of the cause-effect relationship in diverse phenomena, which gives it great importance in the study of nature and in the development of humanity. Sin embargo, there are insufficiency in the learning of this content in the different levels of teaching and in the formation of mathematics teachers. Starting from an analysis of the treatment of this content in different plans of study of the career Licentiate in Mathematical Education of the pedagogic centers of the Higher Education and integrating the philosophical, sociological, psychological, pedagogical and didactic referents, a proposal of exercises where the potentialities of the application of linear and quadratic functions to diverse life situations were developed. The results obtained with its implementation allowed the active and conscious participation of students in the development of teaching activities, favoring self-regulation in learning and the identification of possible errors during the teaching of this content.

Keywords: function, linear function; quadratic function; exercises.

Introducción

El desarrollo científico-tecnológico y el elevado número de información disponible en la actualidad, son realidades que imponen a la educación el reto de preparar a las nuevas generaciones para que puedan vivir de acuerdo con su tiempo. Esto exige a su vez, formas y medios de enseñanza-aprendizaje que promuevan la transformación amigable del entorno, en correspondencia con la renovación contante de conocimientos y realidades contextuales. En este sentido, resulta imprescindible la formación de un profesional de la educación capaz de diseñar un proceso de enseñanza-aprendizaje contextualizado. Al respecto el modelo del profesional de la carrera Licenciatura en Educación Matemática, en Cuba, exige:

Enseñar a formular y resolver problemas relacionados con diferentes aspectos de la realidad económica, política y social y donde se manifiesten las relaciones ciencia-tecnología-sociedad-ambiente, utilizando contenidos de la matemática, sobre la base de la aplicación de procesos de pensamiento, procedimientos y estrategias de trabajo... (Ministerio de Educación Superior [MES], 2016, p.12)

De igual modo, los objetivos generales de la disciplina Fundamentos Básicos de la Matemática refieren la necesidad de:

Sistematizar y profundizar los conocimientos y habilidades matemáticas relativas a conjuntos, relaciones y funciones, fundamentados desde la lógica; sobre la base de la aplicación de procesos de pensamiento, procedimientos y estrategias de trabajo, (...) contribuyendo a la formación ideológica, política, económica, jurídica, científica y ambientalista. (MES, 2016, p. 92)

En este empeño, la enseñanza-aprendizaje de las relaciones funcionales desempeña un rol determinante, pues permite comprender con claridad las relaciones causa-efecto en fenómenos de

diferente naturaleza. El presente trabajo contribuye al cumplimiento de estos objetivos, mediante una propuesta de ejercicios de aplicación de las funciones lineales y cuadráticas a partir de sucesos que describen el desarrollo económico, político y social del país, que expresen las relaciones ciencia-tecnología-sociedad-ambiente con una concepción interdisciplinaria. Los mismos contribuyen a elevar la calidad del proceso enseñanza- aprendizaje de la los Fundamentos Básicos de la Matemática en la carrera Licenciatura en Educación Matemática.

Desarrollo

Tener en cuenta la realidad concreta en que tendrá lugar la adquisición de los conocimientos a partir de un diagnóstico integral para alcanzar determinados objetivos, contribuye a la selección adecuada de las actividades docentes, los métodos y procedimientos a utilizar (...) pues se parte de una concepción donde el estudiante es el centro del proceso, que vive en un momento histórico concreto y que su desarrollo transcurre en un tipo específico de relaciones sociales. (Ochoa, 2023, p.73)

Desde este punto de vista, se asumido la resolución de ejercicios de aplicación como una vía de solución a la situación problémica descrita. Para una aproximación más efectiva de la propuesta de ejercicios se profundizó en las posiciones tóricas referidas con las categorías fundamentales de la investigación. En este sentido, existe consenso acerca de que un ejercicio matemático es un enunciado rutinario que sirve para comprender la teoría o los procedimientos generales. Asimismo, se suele considerar que el enunciado de un ejercicio es más sencillo que el de un problema, aunque el problema se pueda reducir con facilidad a un ejercicio (Arenas, 2011; González, 2013 y Rojas, 2016).

Al respecto, la autora asume la definición de ejercicio brindada por Jiménez (2010), quien plantea que un ejercicio “Es aquella exigencia para actuar donde la vía de solución es conocida

para el estudiante” (p. 88), lo que se ajusta plenamente al propósito de esta investigación. De igual modo, la autora comparte la definición de ejercicio de aplicación dada por Jungk (1979) quien considera que este tipo de ejercicio no se basan en problemas matemáticos, sino en problemas que surgen directamente en la práctica, pero en la solución de estos se aplican procedimientos matemáticos.

También asume la definición de función que aparece en el texto básico de la disciplina Análisis Matemático “Sea $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales. Se denomina función real de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ a la correspondencia formada por todos los pares ordenados que tienen como primera componente todos los elementos del conjunto $\mathbb{R}$ tomados una vez” (Milián, 2010, p. 26). Esta selección se debe al nivel de generalización y alcance del concepto, en correspondencia con el nivel educativo para el que se desarrolla la propuesta.

Características de los ejercicios

Tanto en la elaboración como en la orientación y aplicación de los ejercicios propuestos se tuvo en cuenta la Metodología para la enseñanza y el aprendizaje de las funciones matemáticas propuesta por (Ochoa, 2014). Estos ejercicios pueden ser utilizados en clases prácticas, estudios independientes, seminarios o en guías de estudio y repasos con vistas a la Prueba Parcial o Final. Las características fundamentales de los ejercicios propuestos se basan en que permiten:

- 1- Integrar las funciones lineales y cuadráticas a situaciones de la vida.
- 2- Aplicar las definiciones del concepto función, las propiedades de las funciones y los procedimientos para graficar las mismas.

3- Revelar la naturaleza matemática de las ecuaciones utilizadas en la solución de los ejercicios, mostrando la relación que existe entre los términos matemáticos utilizados en las ecuaciones de las funciones lineales y cuadráticas y las magnitudes de las fórmulas utilizadas.

4- Elevar la motivación de los estudiantes por el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas.

5- Comprender la utilidad de la Matemática.

6- Potenciar el desarrollo educativo de los estudiantes, enseñándolos a formular y resolver ejercicios relacionados con diferentes aspectos de la realidad.

7- Promover el desarrollo del pensamiento, la imaginación, sentimientos, actitudes y valores de responsabilidad y laboriosidad.

8- Comunicar correctamente sus ideas de forma oral y escrita, utilizando la terminología científica propia de la Matemática.

Ejemplo de los ejercicios

1- Durante el estudio del movimiento en línea recta de un móvil se realizaron varias mediciones las que se recogen en la tabla siguiente.

$S(m)$	0	30	60	90
$t(s)$	0	2	4	6

Observe detenidamente y responda:

- ¿Qué tipo de movimiento tiene el móvil?
- ¿Cuál será su velocidad?
- Trace el gráfico que describe su trayectoria.
- ¿Será esta correspondencia una función? Justifique su respuesta.
- En caso de ser función, diga qué tipo de función es.
- Escriba la ecuación matemática que la representa.

g) Apoyándote en el gráfico construido, calcule el valor de la pendiente y compárelo con el valor de la velocidad del móvil que obtuvo en el inciso b) ¿A qué conclusión llegaste?

h) Analice las siguientes propiedades: Dominio, imagen, ceros, monotonía y valor máximo.

i) De las propiedades analizadas, diga qué propiedad le permite conocer:

- el intervalo de tiempo en que se estudió el cuerpo.
- la mayor distancia recorrida.
- que el móvil no estuvo detenido.

2- Un automóvil emplea 7 h en recorrer una distancia de 350 km. Si en este recorrido el chofer no ha tomado descansos ni ha variado su marcha, construya una gráfica de $x = f(t)$ y otra de $v = f(t)$ donde se represente la situación dada.

a) ¿En los dos gráficos quedará representada una función? Argumente su respuesta.

b) De ser función diga qué nombre recibe y escriba la forma de la ecuación matemática en cada caso.

3- Utilizando el asistente matemático GeoGebra, compruebe si existe correspondencia entre la representación gráfica de $x = f(t)$ y de $v = f(t)$ que construyó inicialmente con la que muestra este asistente.

4- Un móvil se desplaza con movimiento rectilíneo uniforme mediante la función lineal $S(t) = vt$. Si en 60 segundos el móvil ha recorrido 100 metros.

4.1- Escriba la ecuación de la función.

4.2- Trace el gráfico que describe la trayectoria del móvil.

4.3- Escriba la ecuación matemática que representa a esa función.

4.4- Apoyándose del gráfico construido calcule el valor de la pendiente y compárelo con el valor de la velocidad del móvil que obtuvo en el inciso a) ¿A qué conclusión llegaste?

4.5- Si el desplazamiento de un móvil B viene dado por la función lineal de ecuación $J(t) = \frac{4}{3}t + 20$. Calcule analíticamente el instante de tiempo en que se encontrarán.

4.6- Introduzca en el asistente matemático GeoGebra, las ecuaciones que describen el movimiento de los dos móviles y compare el resultado que obtuvo de calcular analíticamente el instante de tiempo en que se encontraron los mismos con el que muestra el asistente.

5- En la figura están representadas las gráficas $f(x)$ y $g(x)$ que muestran el movimiento de dos automóviles que se mueven al encuentro. A partir del gráfico:

a) Halle las ecuaciones correspondientes a las funciones $f(x)$ y $g(x)$.

b) Empleando las ecuaciones correspondientes a estas funciones, halle la distancia y el tiempo en que se encontraron.

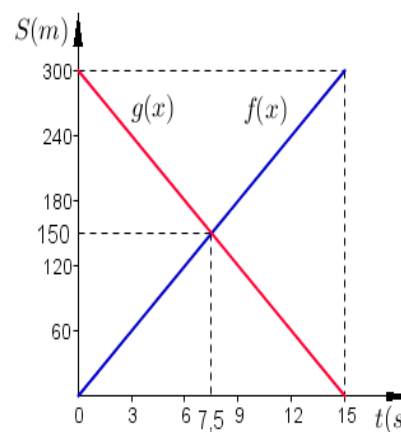
c) Compare estos valores obtenidos con el par ordenado que muestra el intercepto de estas dos funciones en la gráfica, ¿a qué conclusión llegaste?

d) Establezca una relación entre las pendientes de las mismas y diga qué magnitud física representan.

e) Analice las propiedades que cumplen estas funciones y establezca una comparación entre ellas.

6- Durante el estudio del movimiento en línea recta de un cuerpo se realizaron varias mediciones las que se recogen en la tabla siguiente.

$t(s)$	0	4	8	12
$V(m/s)$	40	80	120	160



- a) Apoyándote de la tabla, construye la gráfica de $v = f(t)$.
- b) ¿Qué tipo de función quedó representada?
- c) Analice las siguientes propiedades: Dominio, imagen, ceros, monotonía y valor máximo.

d) De las propiedades analizadas en el inciso anterior, diga qué propiedad le permite conocer:

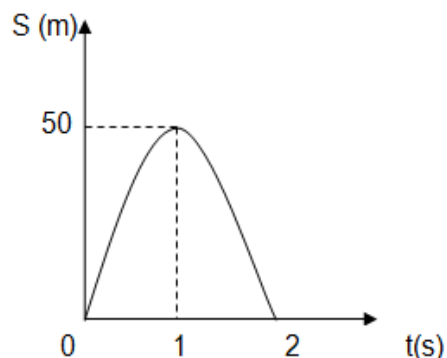
- el intervalo de tiempo en que se estudió el cuerpo.
- el valor de la velocidad inicial.
- el máximo valor de velocidad alcanzado por el cuerpo.
- que el cuerpo aumentó su velocidad.

7- Un tren viaja a una velocidad de 30 m/s en el instante en que se le aplican los frenos y continúa moviéndose con movimiento uniformemente retardado con aceleración constante durante 5s hasta que adquiera una velocidad de 5 m/s .

- a) ¿Cuál fue su aceleración?
- b) ¿Qué significa que esta sea negativa?
- c) Construya la gráfica de velocidad en función del tiempo.
- d) ¿Qué tipo de función queda representada?
- e) ¿Qué forma matemática tiene la ecuación de esta función?
- f) Calcule el valor de la pendiente y compárelo con el valor de la aceleración obtenida en el inciso a) ¿A qué conclusión puedes llegar?
- g) Escriba la ecuación física que representa esta situación, a partir del análisis anterior y sustituya los valores.

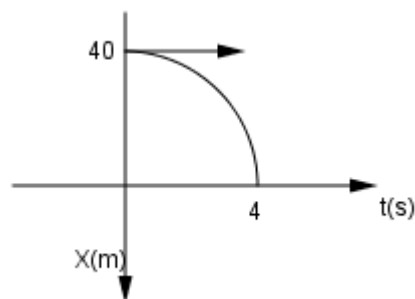
8- Un proyectil que es lanzado desde la superficie de la Tierra alcanza una altura máxima de 50 m y experimenta un tiempo de vuelo de 2 s como lo muestra la figura. Analice la misma y responda:

- ¿Qué tipo de función está representada?
- Analice sus propiedades y mencione:
 - ¿Qué propiedad de la función determina el tiempo de vuelo?
 - ¿Qué propiedad de la función determina el desplazamiento del proyectil en el eje vertical?
 - ¿Qué propiedad de la función determina la altura máxima?
 - ¿Qué propiedad de la función muestra los valores donde el gráfico corta o toca al eje horizontal?
 - ¿Qué propiedad de la función muestra los intervalos de tiempo en que el proyectil asciende y desciende?



9- Un cuerpo al ser lanzado de una altura de 40 m, describe la trayectoria que muestra la figura, en el cual se ha denotado por x el desplazamiento y por t el tiempo transcurrido a partir del instante en que se lanza. Analice esta gráfica y responda:

- Esta trayectoria describe una función matemática? Justifique su respuesta.
- En caso de ser función diga qué nombre recibe.
- ¿Cuál es el mayor desplazamiento o altura que alcanza el cuerpo?



d) ¿Qué tiempo tardó en descender?

10- A medida que el aire seco se mueve hacia arriba se expande y se enfría. La temperatura del aire T en $^{\circ}\text{C}$ a una altitud X en Km está dada aproximadamente por $T((x)) = 25 - 9x$.

a) Complete la tabla siguiente:

X						
T	5					

b) Basada en la información de la tabla, describa la relación entre la altitud y la temperatura del aire.

c) Represente gráficamente esta función en el intervalo $[0,5]$ y analice sus propiedades.

Durante la resolución de los ejercicios se utilizó como metodología el programa heurístico general a través de procedimientos y preguntas heurísticas.

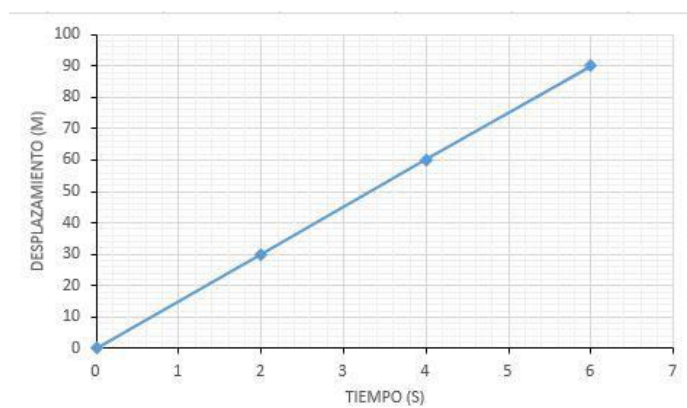
Un ejemplo de cómo se realiza este tratamiento es la solución del ejercicio número 1:

Solución

En el ejercicio se muestra mediante una tabla los valores de desplazamiento y tiempo, recogidos durante el estudio del movimiento en línea recta de un móvil. Durante la solución del mismo, los estudiantes responden una serie de preguntas cuya vía de solución es conocida, lo que se corresponde con la definición de ejercicio dada por Jiménez, (2010). El dominio de la vía de solución, por parte de los estudiantes, está dado por los conocimientos que poseen de la enseñanza media acerca del análisis e interpretación de tablas, el tipo de movimiento mecánico que experimenta el móvil y sus características esenciales, así como la ecuación fundamental para calcular el valor de la velocidad en cualquier instante de tiempo.

Para el trazado del gráfico que describe la trayectoria del móvil, los estudiantes sistematizarán el procedimiento ploteo de puntos a partir de construir un gráfico de coordenadas

rectangulares o gráfico poligonal, estudiado en grados precedentes, representando los datos de la tabla como pares ordenados. Para responder, es necesario que el estudiante vaya al concepto función estudiado en clase, lo recuerde, analice las condiciones que plantea el concepto y las compare con los datos que muestra la tabla del ejercicio, ya sea como correspondencia entre dos conjuntos o como pares ordenados para determinar si la trayectoria del móvil representa una función.



Evidentemente nos encontramos en presencia de una función y justificarán su respuesta a partir del análisis realizado. Posteriormente se confirmará el tipo de función por la forma que adquiere la representación gráfica y de este análisis se comenzará a sistematizar todas las particularidades que ofrece la función lineal, por ejemplo, la forma de la ecuación matemática que la representa. Apoyándose en la interpretación de la gráfica y de la forma de la ecuación matemática de la función representada, calcularán el valor de la pendiente por la vía matemática que conocen y establecerán una comparación entre el valor de la pendiente y el valor de la velocidad calculado en el inciso b).

A partir de las ideas anteriores, se concluye que para este tipo de movimiento el valor de la velocidad va a coincidir con el valor de la pendiente por lo que adquieren otra vía para calcular la pendiente de la recta o viceversa. Se establece la correspondencia entre la ecuación

matemática de la función con la ecuación física utilizada. Además, declararán las propiedades de la función matemática representada. Para ello deben ir a las definiciones de las propiedades de las funciones y realizar el análisis de cada una para poder determinar las propiedades específicas que presenta esta representación gráfica.

Por último, del análisis de las propiedades de esta función lineal y de las definiciones de las propiedades de las funciones, los estudiantes determinan cuáles propiedades de las analizadas le permiten calcular aspectos como:

- el intervalo de tiempo en que se estudió el cuerpo, que no es más que la proyección del gráfico sobre eje de las abscisas o dominio de la función y,
- la mayor distancia recorrida, que es el valor que toma la función para el mayor valor de tiempo estudiado.
- que el móvil no se detuvo durante la trayectoria recorrida, pues la función es monótona creciente en todo su dominio y no tiene puntos de indeterminación.

Principales resultados

En las diferentes acciones que realiza el estudiante se le exige por el uso correcto de la lengua materna y de la terminología y simbología matemática, que argumenten, refuten y comparen. Esta actividad se realiza de forma tanto individual como colectiva, lo que estimula el desarrollo de las relaciones estudiante-estudiante y profesor-estudiante, la honradez, la responsabilidad, el trabajo individual y potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación, promoviendo un desarrollo integral de la personalidad.

La valoración del resultado de aprendizaje se realizó a partir de la evaluación formativa y desarrolladora propuesta por Capote et al. (2022), lo que permitió promover, orientar, regular y producir aprendizajes significativos y desarrolladores. Todo lo anterior contribuyó a elevar la

calidad del proceso enseñanza- aprendizaje de la disciplina Fundamentos Básicos de la Matemática en la carrera Licenciatura en Educación Matemática, como resultado del Proyecto de Investigación Formación del profesional de la educación en Ciencias Naturales y Exactas.

Conclusiones

En la propuesta de ejercicios de aplicación de las funciones lineales y cuadráticas se parte de los conocimientos que poseen los estudiantes, potenciando la adquisición de nuevos conocimientos a partir de fomentar el trabajo sistemático e intensivo en la resolución de ejercicios de diferentes tipos.

La propuesta de ejercicios se basa en la aplicación de las definiciones del concepto función, de las propiedades y de los procedimientos para graficar las funciones, permitiendo a los estudiantes comprender la utilidad de la Matemática, pues muestra la relación que existe entre los términos matemáticos utilizados en las ecuaciones de las funciones lineales y cuadráticas y las magnitudes de las fórmulas físicas y de otras Ciencias utilizadas.

Los ejercicios permiten que el aprendizaje se produzca de lo sencillo a lo complejo, de lo conocido a lo desconocido, de lo fácil a lo difícil, de lo concreto a lo abstracto, planteando exigencias situadas en la Zona de Desarrollo Próximo (Vygotsky, 1996), partiendo del diagnóstico sistemático, la asequibilidad de la enseñanza, el aprendizaje activo y el trabajo cooperativo y creador. Cumpliendo con el principio de la unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.

En el trabajo con los ejercicios se estimula a los estudiantes a participar de forma activa y consciente, controlando el trabajo realizado a través de una evaluación formativa que permite identificar posibles errores y las causas de las insuficiencias.

Referencias

- Arenas, J. C. (2011). *Ejercicios y problemas integradores de Matemática para los estudiantes de Secundaria Básica*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
- Capote, M., Lezcano, A. M., y Robaina, I. (2022). Evaluación formativa y desarrolladora en universidades cubanas. *Didáctica y Educación*, 1–25.
<https://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalía/article/view/1305>
- Ochoa, E. L. (2014). *Procedimiento didáctico para favorecer el aprendizaje de las funciones reales de una variable real en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Análisis Matemático*. [Tesis de maestría, Universidad de Las Tunas].
- Ochoa, E. L. (2023). Alternativa didáctica para un aprendizaje contextualizado de la disciplina análisis matemático. *Revista Didáctica y Educación*, 14(6), 69-81.
<https://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalía/article/view/1702>
- González, M. D. (2013). *Ejercicios y problemas integradores de Matemática para la enseñanza media superior*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
- Jungk, W. (1979). *Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
- Jiménez, M. H. (2010). *Análisis Matemático en R*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.
- MES. (2016). *Modelo del Profesional. Plan de Estudio "E". Carrera: Licenciatura en Educación. Matemática*. Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona". La Habana.
- Rojas, L. D. (2016). *Ejercicios de Física para favorecer el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas en el 10mo grado*. [Tesis de pregrado, Universidad de Ciencias Pedagógicas "Pepito Tey "].
- Vygotsky, L. (1996). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana. Editorial Pueblo y Educación.