REFLEXIONES PARA EL USO DE LA INTUICIÓN DESDE LOS APORTES DE EFRAIM FISCHBEIN

REFLEXIONES PARA EL USO DE LA INTUICIÓN

AUTORES: Renata Teófilo de Sousa[1]

Francisco Régis Vieira Alves[2]

Maria José Araújo Souza[3]

DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: rtsnaty@gmail.com

Fecha de recepción: 06-07-2021 Fecha de aceptación: 22-12-2021

RESUMEN

Este trabajo aborda el concepto de intuición, así como dilucida la manifestación de diferentes categorías de razonamiento intuitivo, las cuales son analizadas desde una perspectiva teórica, apuntando a las posibilidades de su identificación y contribución al ámbito educativo. Así, el objetivo de este trabajo es presentar la intuición y su categorización, desde la perspectiva de Efraim Fischbein, como una teoría a considerar, buscando una visión más integral de sus mecanismos y utilizando evidencia de investigación de sus trabajos, como una forma de apoyar y ampliar la interpretación y uso del razonamiento intuitivo dirigido al campo de las Matemáticas. Para ello, se adoptó la investigación bibliográfica como metodología para este trabajo, en el que se realiza un análisis de contenido, buscando fundamentar una investigación reflexiva sobre algunos de los trabajos del citado autor. Finalmente, en el campo de la Educación Matemática, es importante desarrollar en los estudiantes la capacidad de distinguir entre percepción, sentimientos intuitivos, creencias intuitivas y convicciones formalmente sostenidas, desarrollando interpretaciones adecuadas en el campo de la intuición, junto con la evolución de las estructuras formales del razonamiento lógico.

PALABRAS CLAVE: Intuición; Efraim Fischbein; Categorías del Razonamiento Intuitivo; Educación Matemática.

[1] Estudiante de Maestría en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas en el Instituto Federal de Educación, Ciencia y Tecnología de Ceará - IFCE campus Fortaleza, Profesor de la Secretaría de Educación Básica del Estado de Ceará, Brasil, rtsnaty@gmail.com, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5507-2691.

[2] Doctorado en Educación de la Universidad Federal de Ceará, Beca de Productividad CNPQ - PQ2. Profesor titular del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas del Instituto Federal de Educación, Ciencia y Tecnología de Ceará - IFCE campus Fortaleza, fregis@ifce.edu.br, ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3710-1561

[3] Doctorado y Maestría en Educación, ambos de la Universidad Federal de Ceará. Profesor del Curso de Matemáticas y Director del Centro de Educación a Distancia de la Universidade Vale do Acaraú. mazesobral@yahoo.com.br, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5083-7122

REFLECTIONS FOR THE USE OF INTUITION FROM THE CONTRIBUTIONS OF EFRAIM FISCHBEIN

ABSTRACT

This work addresses the concept of intuition, as well as elucidates the manifestation of different categories of intuitive reasoning, which are analyzed from a theoretical perspective, aiming at the possibilities of its identification and contribution to the educational area. Thus, the objective of this paper is to present intuition and its categorization, from the perspective of Efraim Fischbein, as a theory to be considered, seeking a more comprehensive view of its mechanisms and using research evidence from his works, as a way of to support and expand the interpretation and use of intuitive reasoning aimed at the field of Mathematics. To this end, bibliographic research was adopted as a methodology for this work, in which a content analysis is carried out, seeking to substantiate a reflective investigation on some of the works by the aforementioned author. Finally, in the field of Mathematics Education, it is important to develop in students the ability to distinguish between perception, intuitive feelings, intuitive beliefs and formally held convictions, developing appropriate interpretations in the field of intuition, together with the evolution of formal reasoning structures logical.

KEYWORDS: Intuition; Efraim Fischbein; Categories of Intuitive Reasoning; Mathematics Education.

INTRODUCCIÓN

El diálogo sobre la intuición en el ámbito educativo ha sido discutido durante muchos años dentro del campo de la Psicología Cognitiva. Se puede decir que la intuición se refiere a un producto de representaciones que se hacen a partir de la realidad y, en este sentido, tiene un papel auxiliar en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, que puede ser tomado en cuenta por el docente. Este papel es especialmente significativo en el contexto de las Matemáticas.

A partir de la evolución de las Matemáticas y sus ramificaciones en diferentes subdivisiones, el lenguaje, las notaciones y las definiciones formalizadas comienzan a jugar un papel fundamental en su comprensión. Esta evolución trae una complejidad consecuente respecto a las simbologías que representan objetos matemáticos, siendo tales representaciones "consecuencias de la generalización de las formas de abstracción, cognición y memoria necesarias para la aprehensión de estas entidades conceptuales abstractas propias de las Matemáticas" (Alves, 2011, p. 20).

Nasser (2013) corrobora, que en la educación básica el alumno se apropia de conocimientos sobre los principales resultados de las Matemáticas de manera oportuna, en la mayoría de las ocasiones sin tener la oportunidad de contemplar su evolución histórica, teorías y demostraciones. Esto nos hace reflexionar sobre las dificultades encontradas en el camino de estos estudiantes en la asignatura de Matemáticas. En muchos casos, tales obstáculos provienen del formato en el que se presenta la disciplina, de forma mecanizada, con fórmulas prefabricadas, sin tener en cuenta el razonamiento matemático, su naturaleza y aspectos de la Psicología Cognitiva en su desarrollo (Alves, 2016).

Según Fischbein (1993) es válido tener conocimiento sobre cómo los estudiantes resuelven diferentes tipos de problemas, los obstáculos y retrocesos que encuentran, la fuente de estos obstáculos y, a su vez, los errores sistemáticos que cometen, como una forma de comprensión. aspectos del pensamiento matemático y su evolución.

En este sentido, Fischbein (1987a) aporta principalmente una propuesta con un sesgo teórico que engloba el dominio de la intuición. El autor, en su libro Intuición en la ciencia y las matemáticas: un enfoque educativo, identifica y organiza resultados experimentales relacionados con la intuición, así como revela sus implicaciones en el campo educativo, desarrollado para la ciencia y difundido en una amplia variedad de contextos de investigación y Educación Matemática.

De lo anterior, la pregunta es: ¿cómo se podría reconocer y categorizar la intuición en el campo educativo, en el área de las Matemáticas, a partir de los aportes del estudioso del área Efraim Fischbein?

Así, el objetivo de este trabajo es presentar la intuición y su categorización, desde la perspectiva de Efraim Fischbein, como una teoría a considerar, buscando una visión más amplia en relación con sus mecanismos y utilizando la evidencia de la investigación en sus trabajos como una forma de sustentar y ampliar el concepto de intuición dirigido al campo de las Matemáticas. Así, a partir de este estudio se espera que los docentes comprendan los matices de esta manifestación del pensamiento en el aula, a partir de un análisis subjetivo de las reacciones y actitudes de los estudiantes ante los problemas propuestos.

Los autores que sustentan el marco teórico señalado en este trabajo son Alves (2011; 2016), Alves y Borges (2009; 2011) y Fischbein (1982; 1987a; 1987b; 1993; 1999), Fischbein y Gazit (1984).

La metodología adoptada para este trabajo es la investigación bibliográfica, del tipo análisis de contenido. Para Bardin (2011), el análisis de contenido consiste en un conjunto de técnicas que examinan la información con el fin de recopilar, mediante procedimientos sistemáticos y objetivos, una descripción del contenido a investigar, permitiendo la inferencia del conocimiento mediante el análisis de características que permean la estructura de un mensaje a transmitir.

Así, la investigación bibliográfica realizada con el material referenciado, a partir del análisis de contenido, permite un análisis de ideas que convergen a la reflexión sobre el concepto de intuición y sus aportes a la enseñanza de las Matemáticas, en el que se busca discutir la importancia de la correcta interpretación de este concepto y su relevancia en el contexto educativo.

Por tanto, los siguientes apartados proporcionan una explicación de los diferentes conceptos de intuición desde la perspectiva de Efraim Fischbein, la intuición en el campo de las Matemáticas, las Categorías del Razonamiento Intuitivo, así como las consideraciones de los autores.

DESARROLLO

El concepto de intuición desde la perspectiva de Fischbein

Según Fischbein (1987b), el concepto de intuición tiene una larga historia. Filósofos, matemáticos, entre otros científicos y especialistas han utilizado, a lo largo de los años, una variedad de significados para el término "intuición", como se ejemplifica en el fragmento:

> Según Descartes (1967) y Spinoza (1967), la intuición es la fuente inicial y la última garantía confiable de certeza. En opinión de Bergson (1954), la intuición es la clave para comprender la esencia de los fenómenos de la vida, la duración, el movimiento. Filósofos de la ciencia moderna como Hahn (1956) y Bunge (1962) consideran la intuición como una forma de conocimiento primitiva y poco fiable. (Fischbein, 1987b, p. 48. Traducción de los autores).

Con base en este extracto, Fischbein (1987b) señala que algunas definiciones propuestas son comúnmente aceptadas, definiéndose la intuición como un conocimiento inmediato, como una cognición que se acepta directamente como evidente a partir de un sentimiento peculiar de certeza, sin ninguna imposición de verificación o prueba.

Fischbein (1987a) señala que, al principio, la cognición cumple con los objetivos conductuales, que está moldeada por restricciones conductuales. Lo mismo debe decirse de la intuición, que es una forma particular de cognición. Desde el punto de vista del autor, una explicación sería que la intuición generalmente se ve como un fenómeno primario que se puede describir, pero no se puede reducir a componentes más elementales. “De hecho, la intuición aún no ha encontrado su lugar definido en la psicología, no porque sea un término oscuro, sino, por el contrario, porque implícitamente se considera un término primitivo y evidente por sí mismo” (Fischbein, 1982, p. 9).

De esta manera, espontáneamente, la intuición tiene la apariencia de una cognición evidente y consistente, como la percepción de un color o la experiencia de una emoción, por ejemplo. De hecho, en general, los investigadores no intentan utilizar sus hallazgos experimentales para dilucidar la estructura de los fenómenos intuitivos (Fischbein, 1987a). Por el contrario, es la intuición la que se utiliza como concepto descriptivo y explicativo.

En el curso del razonamiento humano, entre ensayo y error, es necesario confiar en representaciones e ideas que aparecen, de manera subjetiva, como correctas, auto-consistentes e intrínsecamente claras. Así, Fischbein (1987a) se apoya en la conjetura de que no se puede dudar de todo en todo momento, ya que esto provocaría el estancamiento del conocimiento. Por lo tanto, algunas representaciones y concepciones deben darse por sentadas y deben aparecer subjetivamente como cogniciones autónomas, coherentes, total y directamente aceptables para que el proceso de razonamiento funcione de manera productiva.

En cuanto al ámbito educativo y sus aspectos, según Fischbein (1987a, 1987b) muchos autores, investigadores experimentales y teóricos se esfuerzan por establecer recomendaciones que eviten errores basados en la intuición en el aprendizaje y la resolución de problemas, con el fin de mejorar los supuestos y las evaluaciones intuitivas. Sin embargo, desde la perspectiva del autor, difícilmente se puede esperar que tales sugerencias sean realmente útiles si no están, de hecho, basadas en una teoría comprensiva de la intuición.

Las intuiciones son sólo cogniciones aparentemente autónomas y evidentes, que de esta manera confieren a algunas de las ideas del individuo la apariencia de certeza y validez intrínseca (Fischbein, 1987a). Sin embargo, en realidad, tales ideas parecen muy robustas como efecto de estar profundamente arraigadas en la organización mental básica del individuo. Además, es común que se produzcan malentendidos sobre la comprensión conceptual del dominio de la intuición, donde se utilizan otros términos en referencia a la misma categoría de fenómenos.

A veces, la gente usa el término *insight* para indicar una reordenación global repentina de datos en el campo cognitivo que permitiría una nueva visión, una nueva interpretación o solución bajo las condiciones dadas, por ejemplo. O los términos revelación (especialmente en contextos religiosos) e inspiración (en materia artística) también se utilizan a veces como sinónimos de intuición, o al menos con algunos de sus significados. A menudo, "sentido común", "razonamiento ingenuo", "interpretación empírica" se utilizan en referencia a formas de conocimiento que también pueden considerarse equivalentes al conocimiento intuitivo (Fischbein, 1987a).

El término intuición se refiere a una amplia variedad de fenómenos cognitivos. Para algunos autores, la intuición significa la fuente fundamental de ciertos conocimientos. Para otros, la intuición representa un método particular para aprehender la verdad, la esencia de la realidad. En un tercer uso, una intuición es un tipo especial de cognición que se caracteriza por la auto-evidencia y la inmediatez. Para Fischbein (1987a) el término se relaciona principalmente con este tercer significado. Una intuición es una cognición caracterizada por las siguientes propiedades: auto evidencia e inmediatez; certeza intrínseca; perseverancia; coercitividad; estado de la teoría; extrapolación; globalidad; e implicación. Así, el autor señala que:

> El ámbito de la intuición y el significado diferente y contradictorio al que se refiere están relacionados con una amplia variedad de investigaciones cognitivas. Recordemos algunos de ellos: Resolución de problemas (iluminación, heurística, esquemas anticipatorios, etc.); Imágenes y modelos (representaciones intuitivas, modelos intuitivos, medios didácticos

> intuitivos, pensamiento en imágenes, etc.); niveles de creencia y confianza; etapas del desarrollo de la inteligencia (Piaget describió el pensamiento intuitivo como una etapa preoperativa). (Fischbein, 1987a, pp. 5-6).

Así, Fischbein (1987a; 1987b) recurre al campo de la investigación en Psicología Cognitiva y al campo filosófico para estructurar y desarrollar su teoría y argumentos en busca de las respuestas posiblemente requeridas para problemas en estas áreas del conocimiento científico. Así, es notoria la existencia de supuestos piagetianos aplicados en su discurso.

Para Fischbein (1987a) la clasificación de Piaget es más compleja, en el sentido de que menciona varias dicotomías posibles. Una primera dicotomía distingue las intuiciones empíricas y operativas. Las intuiciones empíricas se refieren a la evaluación de las propiedades físicas de los objetos (por ejemplo, el peso de un objeto) o a experiencias psicológicas reales conocidas como introspección (por ejemplo, la intuición de la duración). Las intuiciones operacionales se refieren a acciones relacionadas con objetos y fenómenos psicológicos. Una segunda dicotomía respecto a las intuiciones operacionales sugiere una distinción más global entre intuiciones pictóricas en general, es decir, intuiciones expresadas por imágenes e intuiciones operacionales en sentido estricto, es decir, intuiciones referidas a conceptos lógico-matemáticos.

Respecto al campo de las Matemáticas, Fischbein (1987b) también afirma que el aprendizaje de una definición o prueba formal no determina en absoluto la forma en que un alumno la entiende y la utiliza y, por tanto, “obstáculos a la comprensión, errores y estrategias de soluciones inadecuadas son a menudo el efecto de influencias intuitivas” (Fischbein, 1987b, p. 49), que se abordarán en la siguiente sección.

La intuición en el campo de las matemáticas

Según Alves y Borges (2009) posiblemente el mayor defensor de “la intuición como instrumento de descubrimiento e invención matemática fue Henri Poincaré” (p. 31). Las afirmaciones de Poincaré sobre el dominio de la intuición y su importancia en la comprensión y la realización de las matemáticas, así como su relación con la realidad, la valoraron como una facultad cognitiva, como se señala en el extracto:

> El objetivo principal de la educación matemática es desarrollar ciertas facultades de la mente, y entre ellas la intuición no es la menos valiosa. Es a través de esto que el mundo matemático permanece en contacto con el mundo real. E incluso si las matemáticas puras pudieran prescindir de él, aún tendría que usarse para salvar el abismo que separa el símbolo de la realidad. El practicante, por lo tanto, siempre lo necesitará, y para un geómetra puro debe haber cien practicantes. (Poincaré, 1899, pp. 160-161)

En este sentido, Poincaré (1899) señala que la intuición tiene su valor en los descubrimientos matemáticos, asumiendo que esta facultad cognitiva relaciona las matemáticas con la realidad. Así, de alguna manera se evidencia el papel que juega la intuición en la evolución, sistematización y estandarización del conocimiento matemático (Alves y Borges 2009). La intuición, según Poincaré, se impone al relacionar el mundo matemático con el mundo real, ya que solo ella puede tender un puente sobre el abismo que separa el símbolo de la realidad.

Otro tema muy defendido por Poincaré es el papel de la intuición en la elaboración del pensamiento científico, especialmente en las construcciones matemáticas. Es la intuición la que une un razonamiento, la que ilumina el camino, guía a los matemáticos y les permite inventar. Es la intuición la que nos pone en contacto con la realidad, pero necesita de la lógica para formalizar y complementar las ideas del pensamiento intuitivo. Poincaré (1988) afirma que las ideas científicas se conciben como construcciones libres del pensamiento y en este espacio de libertad surge la idea de creación en el trabajo científico, que conduce a descubrimientos. Para él, la intuición es necesaria en todo trabajo creador.

Bachelard (1984) agrega que en la actividad matemática hay más que una organización formal de esquemas y métodos. Reflexionando sobre el trabajo del matemático, queda claro que siempre proviene de la extensión del conocimiento tomado de la realidad y que, en la propia matemática, la realidad se manifiesta en una función esencial de hacer pensar a las personas. En este aspecto aparece el dualismo de lo subjetivo y lo objetivo.

Según Fischbein (1987b), en cualquier actividad matemática se pueden identificar tres componentes: (i) el aspecto formal, expresado de manera estrictamente reductiva, basado en una estructura lógica de las matemáticas: axiomas, definiciones, teorías, demostraciones; (ii) el aspecto algorítmico, que incluye operaciones matemáticas estandarizadas, fórmulas y estrategias de solución, que son los componentes instrumentales de cualquier actividad matemática; (iii) la dimensión intuitiva, que se refiere principalmente a la dinámica de aceptación subjetiva de una idea matemática.

En este sentido, Alves y Borges (2011) corroboran que Fischbein analiza el razonamiento lógico-matemático complejo y multifacético. “Nunca descuida la forma peculiar y diferenciada de las Matemáticas, en relación con otras áreas del conocimiento científico. También analiza la peculiar forma de aparición, evolución, abstracción y sistematización de las ideas matemáticas” (Alves y Borges Neto, 2011, p. 39). Por tanto, Alves y Borges (2011) señalan que varias transformaciones y cambios de paradigma en relación con las Matemáticas fueron consecuencia de las formas de cognición humana, a partir del avance de la capacidad de abstracción, en las que la intuición formaba parte de este proceso.

Fischbein (1987a) muestra que en lugar de la confiabilidad intrínseca que ofrecen los objetos reales y las operaciones realizadas en la práctica, las matemáticas se tratan de una especie de certeza con una base formal. En lugar de objetos concretos, las matemáticas postulan, de manera formal y sistemática, la existencia de entidades abstractas. A diferencia de la verificación empírica, las matemáticas utilizan verificaciones deductivas a través de pruebas formales. Por lo tanto, la evidencia probada reemplaza a la evidencia directa. A diferencia de la coherencia intrínseca, dada por las realidades empíricas, las matemáticas se esfuerzan por crear conjuntos de oraciones, cuya coherencia y consistencia se establecen formalmente. “De hecho, la intuición revela elementos que el proceso de formalización ignora o encubre” (Alves, 2011, p. 25).

Categorías del razonamiento intuitivo según Efraim Fischbein

En la perspectiva de Fischbein (1987a, 1987b), el razonamiento del alumno sobre un nuevo tema parte inicialmente de la intuición y, a partir de sus percepciones, comienza a conjeturar sus ideas, formalizándolas en una línea de razonamiento que tenga sentido para él. Aún con respecto a la intuición, el autor refuerza la opinión de que el término 'intuición' significa básicamente “una evaluación o predicción global, sintética, no explícitamente justificada. Tal cognición global es percibida por un sujeto como evidente por sí mismo, auto consistente y duramente cuestionable” (Fischbein y Gazit, 1984, p. 2).

Fischbein (1999) detalla el significado característico de algunos procesos de razonamiento intuitivo en el trabajo titulado *Intuitions and Schemata of Mathematical Reasoning*, resumido por Alves (2016, p. 65), en el que este autor explica lo que se puede identificar en dicho razonamiento:

- Cogniciones evidentes: significa que las intuiciones son aceptadas sin que el individuo exprese la necesidad de un cheque / cheque o prueba a posteriori;
- Convicción intrínseca: se refiere a una cognición intuitiva (privada) generalmente asociada con el sentimiento de certeza, convicción de seguridad;
- Sentido coercitivo: que la intuición manifiesta un 'efecto coercitivo' en el sentido de afectar las estrategias de razonamiento del individuo y su selección de hipótesis y soluciones. Esto significa que el individuo tiende a rechazar / negar interpretaciones alternativas de los demás, que contradicen sus intuiciones privadas y momentáneas;
- Carácter de globalidad: finalmente, una característica básica entre el razonamiento intuitivo y el razonamiento lógico es descrita por el autor, distinguimos el carácter de globalidad, es decir, las intuiciones son cogniciones globales en contraposición a cogniciones adquiridas a través de una vía de secuencias inferenciales (del tipo: Si ... Entonces ...) y lógico o analítico-inferencial.

Fischbein (1999) ejemplifica tales características con varios ejemplos, que se mencionan a continuación. Inicialmente, observe los dos problemas aritméticos presentados:

> a) Un litro de jugo cuesta 5 siclos. ¿Cuánto costarán 3 litros de jugo?
> b) Un litro de jugo cuesta 5 shekels. ¿Cuánto costarán 0,75 litros de jugo? ¿Cómo obtienes la respuesta? (Fischbein, 1999, p. 16).

Al analizar el problema (a), se puede responder de una manera simple y directa. Si 1 litro de jugo cuesta 5 shekels, entonces 3 litros cuesta 3 veces 5, es decir, 15 shekels. Sin embargo, para el problema (b) el razonamiento no ocurre directamente de la misma manera que para el problema (a). Algunos estudiantes podrían responder que sería necesario dividir (5 ÷ 0,75). Es posible que otros no respondan. En cualquier caso, la respuesta correcta no es sencilla, requiriendo una mayor movilización del pensamiento antes de dar una respuesta. Sin embargo, ambos problemas tienen la misma estructura matemática: el precio por unidad y el número de unidades. Es decir, en ambos problemas, la operación a realizar sería la multiplicación (el precio por unidad × el número de unidades). Sin embargo, en el problema (a), la respuesta correcta se da sin vacilación, directamente como una solución obvia. En el problema (b) la respuesta correcta no es sencilla, necesita una reflexión lógica (Fischbein, 1999).

Otro ejemplo sería, de la oración: "La suma de los ángulos en un triángulo es 180º". Según el autor, la oración no parece intuitivamente verdadera, ya que hay un número infinito de triángulos con lados de diferentes longitudes. Así, el autor afirma que la oración descrita no es una intuición cognitiva, por ejemplo, ya que “tiene que ser probada, lógica, indirectamente, mediante una serie de pasos sucesivos. Intuitivamente, 180º no es más aceptable que, por ejemplo, 160º” (Fischbein, 1999, p. 18).

Así, de los ejemplos anteriores se puede inferir que en el campo de las Matemáticas existen enunciados que son aparentemente directamente aceptables, como evidentes por sí mismos, mientras que para el resto de las aserciones se necesita una prueba lógica o formal para aceptarlos como verdaderos. Así, el autor generaliza que las cogniciones intelectuales se presentan de dos formas:

> a) Una categoría de cogniciones que parecen directamente aceptables como evidentes. Estas son cogniciones intuitivas.
> b) Una categoría de cogniciones que son aceptadas indirectamente sobre la base de ciertas pruebas lógicas y explícitas. Estas son cogniciones lógicas o basadas en la lógica. (Fischbein, 1999, p. 18).

Además, Fischbein (1999) diferencia entre intuición y percepción, en el que señala que no toda cognición directa es una intuición. Las percepciones se capturan y se relacionan directamente con los sentidos, pero no son intuiciones. Las intuiciones son cogniciones intelectuales, que expresan una concepción general (una noción, un principio, una interpretación, una predicción, una solución), mientras que las percepciones son cogniciones sensoriales (ver una silla, un triángulo, entre otras).

Respecto a la clasificación de la intuición en categorías, Fischbein (1987a) considera la relación entre intuiciones y resolución de problemas, dividiéndolas en lo que clasifica como categorías de razonamiento intuitivo, que son: *intuiciones afirmativas*, *intuiciones conjeturales*, *intuiciones anticipatorias y concluyentes*, descritas a continuación a partir de la perspectiva del autor.

La primera categoría corresponde a *intuiciones afirmativas*. Estos mencionan representaciones, explicaciones o interpretaciones aceptadas directamente por los seres humanos como naturales, evidentes, intrínsecamente significativas, por ejemplo, si alguien le pregunta a un alumno qué es una línea recta, lo más probable es que intente trazar una línea recta o muestre el ejemplo de una línea bien estirada.

La segunda categoría concierne a las *intuiciones conjeturales*: en este tipo de intuición existe una perspectiva explícita de la solución, sin embargo, esta no está claramente involucrada en un esfuerzo por resolverla, es decir, son supuestos asociados al sentimiento de certeza. Representan declaraciones sobre eventos futuros o sobre el curso de un evento determinado, siendo una visión global preliminar que precede a una solución analítica y completamente desarrollada a un problema.

En cuanto a las *intuiciones anticipatorias y conclusivas*, estas representan la tercera y cuarta categorías, mientras que las afirmativas y conjeturales corresponden a las dos primeras. Estas intuiciones se clasifican como intuiciones de resolución de problemas (Fischbein, 1987a; 1987b).

Con respecto a las *intuiciones anticipatorias*, el autor afirma que una intuición anticipatoria es la visión global preliminar de una solución a un problema, que precede a la solución analítica plenamente desarrollada. Así, desde la comprensión global de una posible forma de resolver un problema, esta intuición influye y dirige los pasos de búsqueda y construcción de la solución, donde hay una aplicación concreta de estrategias que efectivamente ayudan a identificar una solución. Además, se puede suponer que las intuiciones anticipatorias están inspiradas o estimuladas por intuiciones afirmativas preexistentes, como se ilustra en el ejemplo:

> Si a alguien se le pregunta, "¿Cuánto es 3/4 de 120 cm?" no suele mirar la solución por multiplicación, 120 × 3/4, pero naturalmente tiende a encontrar primero un cuarto (120 ÷ 4) y luego multiplica el resultado por 3. Intuitivamente tiende a evitar la multiplicación en la que el operador es no un número entero. (Fischbein, 1987a, p. 63).

En cuanto a las *intuiciones concluyentes*, estas sintetizan en una mirada globalizada y estructurada las ideas básicas para la resolución de un problema, previamente elaboradas, dependiendo, así, de los otros tres tipos de intuición mencionados anteriormente (Fischbein, 1987a).

Fischbein (1987a; 1987b; 1999) en sus estudios analiza cuidadosamente el proceso de enseñanza y aprendizaje al afirmar que, a menudo, el alumno enfrenta dificultades en su aprendizaje, comprensión y resolución de problemas en niveles más avanzados, debido a que sus técnicas y estrategias de razonamiento son impulsado por modelos implícitos, a veces inadecuados. Así, el docente debe buscar identificar dichos modelos, brindando apoyo al alumno en la corrección de sus modelos mentales, de manera que su razonamiento se construya de manera adecuada.

En este sentido, Alves y Borges (2011) alertan sobre el hecho de que existen docentes que se encuentran en una realidad diferente (paralela a) la del alumno, en la que sus inclinaciones, propensiones y hábitos formales aportan un conocimiento matemático universal, suprimiendo lo subjetivo. Dimensión inherente a la vida cotidiana de sus aprendices, siendo un formato de enseñanza que ha provocado, a lo largo de los años, serios obstáculos a su evolución en el campo de las Matemáticas. Así, los autores refuerzan la importancia de tener en cuenta los procesos intuitivos en el ámbito instruccional, reflexionando sobre sus implicaciones pedagógicas (Alves y Borges, 2009).

Así, Fischbein (1987a; 1987b; 1999) insta al docente a preguntarse cómo podría, por ejemplo, identificar modelos mentales inadecuados desde una base intuitiva, a partir del conocimiento sobre las formas de manifestación del razonamiento intuitivo, adaptando sus modelos didácticos de transmisión en base a categorías de razonamiento intuitivo, muy bien explicadas por el autor.

Por tanto, una de las tareas fundamentales de la educación matemática es desarrollar en los estudiantes la capacidad de distinguir entre sentimientos intuitivos, creencias intuitivas y convicciones formalmente sustentadas. En matemáticas, la demostración formal es decisiva y siempre hay que recurrir a ella, porque las intuiciones pueden inducir a error. Esta es una idea que el estudiante debe aceptar teóricamente, pero también debe aprender a practicar de manera consistente su razonamiento matemático.

Por otro lado, sería un grave error minar la confianza de los estudiantes en sus intuiciones. Para evitar esto, es importante desarrollar en los estudiantes la convicción de que: (a) uno también tiene intuiciones correctas y útiles y (b) podemos llegar a ser capaces de controlar nuestras intuiciones asimilando estructuras formales adecuadas (Fischbein, 1987a).

Ciertamente, el estudiante debe darse cuenta de la diferencia fundamental entre una prueba formal en matemáticas y una confirmación experimental. Una prueba formal garantiza la validez universal de una afirmación, mientras que la evidencia empírica adicional solo aumenta la probabilidad de la afirmación respectiva. Como enfatiza el autor, la distinción no es intuitivamente evidente y se debe tener especial cuidado en la enseñanza de las Matemáticas, a fin de desarrollar en los estudiantes la comprensión de esta idea.

CONCLUSIONES

La intuición, en el ámbito educativo, no debe evitarse ni desalentarse: todo lo contrario, el punto clave es desarrollar interpretaciones nuevas, adecuadas e intuitivas, en la medida de lo posible, junto con el desarrollo de estructuras formales de razonamiento lógico. Esto se puede hacer especialmente a través de actividades prácticas apropiadas y no a través de meras explicaciones verbales. Las intuiciones están, por su función y naturaleza, orientadas hacia el comportamiento y la práctica.

En este caso, la intuición en Matemáticas se configura en un campo a ser explorado por el docente, aportando información a partir de un análisis actitudinal del alumno, de forma subjetiva, donde es posible identificar manifestaciones de las categorías del razonamiento intuitivo en la resolución de problemas. Así, se recomienda que el docente de Matemáticas mire la intuición, teniendo en cuenta su potencial en la comprensión del razonamiento matemático, interpretándolo en su práctica pedagógica y buscando identificar los modelos mentales construidos por los estudiantes en el aula y, de ser necesario, corregirlos, esforzándose por mejorar el escenario en lo que respecta al aprendizaje de las Matemáticas.

Los trabajos de Efraim Fischbein retratan en detalle el comportamiento intuitivo del alumno, distinguiendo entre los conceptos de intuición, percepción e *insight*, además de mostrar su relevancia para el ámbito educativo. Un profesor investigador, ante tales nociones sobre la intuición, tiene la posibilidad de comprender de forma más clara las dificultades de aprendizaje que permean el campo de las Matemáticas, pudiendo predecirlas y eventualmente superarlas. Existen pocos trabajos e investigaciones en el área, siendo un tema para explorar, dado el potencial que tiene la intuición para brindar información subjetiva sobre el desarrollo del estudiante en el campo cognitivo.

Finalmente, este trabajo es recomendado para docentes que trabajan en todos los niveles de la educación o investigadores en el campo de la psicología cognitiva, como una forma de entender el fenómeno intuitivo, expresado en el centro del proceso didáctico, buscando llevar a cabo una transmisión didáctica a través de una mediación que tiene en cuenta la intuición como modelo cognitivo, capaz de revelar mucho sobre los estudiantes y potenciar su desarrollo.

REFERENCIAS

Alves, F. (2011). *Aplicações da Sequência Fedathi na promoção das categorias do raciocínio intuitivo no Cálculo a Várias Variáveis*. Tese de Doutorado Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará, Brasil. http://www.teses.ufc.br/tde_biblioteca/login.php

Alves, F. (2016). Categorias intuitivas para o ensino do Cálculo: descrição e implicações para o seu ensino. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia*, 9(3), 1-21. http://dx.doi.org/10.3895/rbect.v9n3.1538

Alves, F. y Borges, H. (2009). A intuição na Sequência Fedathi: uma aplicação no Ensino Médio. *Conexões, Ciência e Tecnologia,* 3(1), 30-41. https://doi.org/10.21439/conexoes.v3i1.126

Alves, F. y Borges, H. (2011). A contribuição de Efraim Fischbein para a Educação Matemática e a formação do professor. *Conexões, Ciência e Tecnologia,* 5(1), 38-54. https://doi.org/10.21439/conexoes.v5i1.441

Bachelard, G. (1984). O novo espírito científico. In: *Os Pensadores*. São Paulo: Abril Cultural.

Bardin, L. (2011). *Análise de conteúdo.* São Paulo: Edições 70.

Fischbein, E. (1987a). *Intuition in Science and Mathematics:* an educational approach. Netherlands: D. Reidel Public, Mathematics Educational Library. DOI: 10.1007/0-306-47237-6

Fischbein, E. (1987b). The intuitive dimension of Mathematical Reasoning. Em: T. A. Romberg y D. M. Stewart, *The Monitoring of School Mathematics: Background Papers.* (pp. 47-70). Madison: Wisconsin Center for Education Research.

Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics,* 24(2), 139-162. https://doi.org/10.1007/BF01273689

Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(11), 11-50. https://doi.org/10.1023/A:1003488222875

Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the Teaching of Probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15(17), 1-24. https://doi.org/10.1007/BF00380436

Nasser, L. (2013). O papel da abstração no pensamento matemático avançado. Em: Flores, Rebeca, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* (pp. 891-897). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. http://funes.uniandes.edu.co/4175/1/NasserOpapelALME2013.pdf

Poincaré, Henri. (1899). La logique et l'intuition dans la Science Mathématique. *L´enseignement Mathématique*, 1, 157-162. https://www.e-periodica.ch/cntmng?pid=ens-001:1899:1::57

Poincaré, H. (1988). *A ciência e a hipótese*. Brasília: Editora da UnB.